

1913.

MICHIGAN STATE NORMAL
COLLEGE.

No. 11.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 42. Heft 1.

DER GANZEN REIHE 347. BANDEN 1. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEHEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG, 1913.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.
DÖRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in
15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.
(Ausgegeben am 20. August 1913.)

Inhalt.

	Seite
1. Peter Paul Koch. Über die Messung der Intensitätsverteilung in Spektrallinien. II. Die Eliminierung des Apparateinflusses und die Bestimmung der wahren Intensitätsverteilung	1
2. Karl F. Lindman. Über die Absorption Hertzscher elektrischer Wellen im Eisen	30
3. Rudolf Lehnhardt. Über Ionenadsorption an fallenden Tropfen und Stahlkugeln	45
4. A. Occhialini und E. Bodareu. Die Dielektrizitätskonstante der Luft bis zu 350 Atmosphären aufwärts. (La costante dielettrica dell'aria fino a 350 atmosfere.)	67
5. Otto Erich Günther. Energie und Widerstand von Öffnungs- und Schließungsfunken in induktiven Stromkreisen; Funkenlöschung durch Kondensatoren	94
6. Carl Benedicks. Über die Herleitung von Plancks Energieverteilungsgesetz aus Agglomerationsannahme; einfache Beziehung zwischen Härte und Schwingungszahl	133
7. J. Stark. Beobachtungen über die Emission ruhender Serienlinien durch Kanalstrahlen	163
8. R. Ladenburg und F. Reiche. Über selektive Absorption	181
9. W. Voigt. Die anormalen Zeemaneffekte der Spektrallinien vom D-Typus	210
10. J. Stark. Über Reflexion von Kanalstrahlen. Notiz zu einer Mitteilung des Hrn. E. Wagner	231
11. J. Stark. Zur Diskussion der Seriensysteme des Quecksilbers. Notiz zu den Erläuterungen des Hrn. Paschen	238

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleicherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Zu kaufen wird gesucht:

Annalen der Physik. a) komplette Serie.

b) Bd. 1—39 und 49—150 apart.

Offerten erbeten unter Chiffre **L. T. 4232** an **Rudolf Mosse, Leipzig.**

te

1

60

5

67

4

33

33

31

10

31

38

en

en

se

in

zu

it

es

en

n-

d-

st

st.

g.



ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE.

BAND 42.

THEY IN THE MOUNTAINS

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 42.

DER GANZEN REIHE 347. BAND.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

38986
W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT VIERZEHN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1913.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

Inhalt.

Vierte Folge. Band 42.

Elftes Heft.

	Seite
1. Peter Paul Koch. Über die Messung der Intensitätsverteilung in Spektrallinien. II. Die Eliminierung des Apparateinflusses und die Bestimmung der wahren Intensitätsverteilung	1
2. Karl F. Lindman. Über die Absorption Hertzscher elektrischer Wellen im Eisen	30
3. Rudolf Lehnhardt. Über Ionenadsorption an fallenden Tropfen und Stahlkugeln	45
4. A. Occhialini und E. Bodareu. Die Dielektrizitätskonstante der Luft bis zu 350 Atmosphären aufwärts. (La costante dielettrica dell'aria fino a 350 atmosfere.)	67
5. Otto Erich Günther. Energie und Widerstand von Öffnungs- und Schließungsfunken in induktiven Stromkreisen; Funkenlöschung durch Kondensatoren	94
6. Carl Benedicks. Über die Herleitung von Plancks Energieverteilungsgesetz aus Agglomerationsannahme; einfache Beziehung zwischen Härte und Schwingungszahl	133
7. J. Stark. Beobachtungen über die Emission ruhender Serienlinien durch Kanalstrahlen	163
8. R. Ladenburg und F. Reiche. Über selektive Absorption	181
9. W. Voigt. Die anormalen Zeemaneffekte der Spektrallinien vom D-Typus	210
10. J. Stark. Über Reflexion von Kanalstrahlen. Notiz zu einer Mitteilung des Hrn. E. Wagner	231
11. J. Stark. Zur Diskussion der Seriensysteme des Quecksilbers. Notiz zu den Erläuterungen des Hrn. Paschen	238

Ausgegeben am 26. August 1913.

Zwölftes Heft.

1. J. Stark, G. Wendt, H. Kirschbaum und R. Künzer. Ein- und mehrwertige Linien des Aluminiums, Argons und Quecksilbers in den Kanalstrahlen. (Hierzu Taf. I.)	241
2. George Jaffé. Zur Theorie der Ionisation in Kolonnen	303
3. E. Zschimmer und H. Schulz. Die Doppelbrechung optischer Gläser in Abhängigkeit von ihrer chemischen Zusammensetzung und der Form. (Hierzu Taf. II.)	345
4. M. Laue. Die dreizählig-symmetrischen Röntgenstrahlaufnahmen an regulären Kristallen	397
5. Hans Schmidt. Über Emission und Absorption erhitzter Kohlensäure	415
6. Johann Kern. Induktion von schwingenden Zylindern	460
7. M. Volmer. Bemerkung zu der Abhandlung des Hrn. J. Stark „Über den Zusammenhang zwischen Fluoreszenz und Ionisierung“	485

	Seite
8. W. E. Pauli. Erklärung zu der Veröffentlichung des Herrn J. Stark: „Notiz zu Abhandlungen des Herrn M. Volmer und des Herrn W. E. Pauli“	487
9. J. Stark. Zur Diskussion der Seriensysteme des Quecksilbers; Notiz zu den Erläuterungen des Hrn. Paschen (Berichtigung)	488

Ausgegeben am 23. September 1913.

Dreizehntes Heft.

1. H. Rukop. Messungen im elektromagnetischen Spektrum des Wassers mit wenig gedämpften, durch Stoßerregung hervorgerufenen Schwingungen von 65 bis 20 cm Wellenlänge	489
2. Gunnar Nordström. Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzips	533
3. G. Szivessy. Zur Theorie des Babinet-Soleilschen Halbschattenkompensators	555
4. G. Pohrt. Beitrag zur Kenntnis der Dielektrizitätskonstanten von Dämpfen	569
5. R. Wachsmuth und B. Winawer. Die elektrodenlose Ringentladung. (Hierzu Taf. III.)	585
6. G. Lechner. Untersuchung der Turbulenz beim Durchströmen von Wasser und Quecksilber durch spiralförmig gewundene Kapillaren	614
7. Paul Ludewig. Die elektrischen Bedingungen beim Übergang vom Bogen- zum Funkenspektrum	643
8. Ernst Wagner und Josef Kutschewski. Über „Feldkanalstrahlen“	665
9. W. J. de Haas und P. Drapier. Magnetochemische Untersuchungen. Messung der absoluten Suszeptibilität des Wassers	673
10. Ivar Malmer. Bemerkungen zur Wirkung von Strahlen auf das Telephon. (Hierzu Taf. IV.)	685

Ausgegeben am 16. Oktober 1913.

Vierzehntes Heft.

1. Manne Siegbahn. Untersuchung über die Schwingungen von Telephonmembranen. I. (Hierzu Taf. V—XI.)	689
2. E. Waetzmann. Die Entstehungsweise von Kombinationstönen im Mikrophon-Telephonkreis	729
3. Rudolf Ortway. Über die Abzählung der Eigenschwingungen fester Körper	745
4. Wilhelm Escher. Experimentelle Bestimmung der spezifischen Wärme zweiatomiger Gase nebst anschließenden theoretischen Schlußfolgerungen. (Hierzu Taf. XII.)	761
5. Oskar Richter. Anomalien der spezifischen Wärme gewisser Legierungen	779
6. Artur Rosenthal. Beweis der Unmöglichkeit ergodischer Gassysteme	796
7. Bergen Davis. Eine Theorie der Stoßionisation und die Form der Funktion $a/p = f(X/p)$	807
8. W. Voigt. Einige Bemerkungen über das Verhalten von Spektrallinien mit Trabanten im Magnetfeld	815
9. Karl Wolff. Untersuchungen im äußersten Ultraviolett. (Hierzu Taf. XIII.)	825

	Seite
10. F. Paschen. Bemerkungen zur Arbeit des Hrn. K. Wolff .	840
11. H. Lichte. Über die Schallintensität des tönenden Lichtbogens .	843
12. H. v. Siemens. Über Dampfdruckmessungen und Thermometrie bei tiefen Temperaturen	871

Ausgegeben am 4. November 1913.

Fünfzehntes Heft.

1. Ernst Dippel. Abhängigkeit der spezifischen Wärme und des Schmelzpunktes gewisser Legierungen von der thermischen Vorgeschichte und ihr Zusammenhang bei Heuslerschen Legierungen mit den magnetischen Eigenschaften	889
2. H. du Bois. Theorie der Polarmaturen	908
3. H. du Bois. Untersuchungen an Ringmagneten	953
4. Jun Ishiwara. Über das Prinzip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik bewegter ponderabler Körper	986
5. Alfred Kalähne. Einwellige gekoppelte Schwingungssysteme	1001
6. Arthur Szarvassi. Elektrodynamische Theorie der Lichtbogen- und Funkenentladung	1031
7. Peter Erochin. Über die Zeemaneffekte der Wasserstofflinie H_{α} in schwachen Magnetfeldern	1054
8. M. Plancherel. Beweis der Unmöglichkeit ergodischer mechanischer Systeme	1061
9. W. Friedrich, P. Knipping und M. Laue. Berichtigung zu der Arbeit: „Interferenzerscheinungen an Röntgenstrahlen“	1084

Ausgegeben am 2. Dezember 1913.

Sechzehntes Heft.

1. R. Gans. Die Koerzitivkraft des Nickels in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur	1065
2. Georg Thomas. Die hydrodynamischen Wirkungen einer schwingenden Luftmasse auf zwei Kugeln	1079
3. W. Hertwig† (mitgeteilt von H. Joachim). Die Wheatstonesche Brücke bei Anwendung hoher Frequenzen	1099
4. Karl Fehrle. Über die Rolle des Dielektrikums bei der unipolaren Induktion	1109
5. G. Borelius. Über eine elektrostatische Methode zur Bestimmung des Potentials eines Elektrolyten	1129
6. E. Wilke u. H. Handovsky. Untersuchungen am Tyndallphänomen	1145
7. William Wilson. Versuch einer Anwendung der Quantenhypothese auf die elektrische Entladung von heißen Körpern	1154
8. Walther Gerlach. Zur Kritik der Strahlungsmessungen. III.	1163
9. Walther Gerlach. Über die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetzes	1167
10. Stephan Rybár. Über die experimentelle Bestimmung der absoluten Phasenänderungen des total reflektierten Lichtes. (Hierzu Tafel XIV.)	1171
11. G. Hoffmann. Über ein Elektrometer hoher Empfindlichkeit	1196
12. K. Tangl. Über die Grenzflächenspannung Platin—Wasser	1221
13. August Wiegrefe. Die Beugung ebener Lichtwellen bei beliebiger Lage der Einfallsebene gegenüber der beugenden Kante	1241

	Seite
14. W. Esmarch. Über die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in dispergierenden Medien	1257
15. Adolf Heydweiller. Über Größe und Konstitution der Atome	1273
16. H. Baerwald. Über die Sekundärstrahlung von Kanalstrahlen (Zur Kritik der Methoden).	1287
17. E. Holm. Anwendung der neueren Planckschen Quantenhypothese zur Berechnung der rotatorischen Energie des zweiatomigen Gases	1811
18. Peter Borissow. Die Energieverteilung in den Emissionsspektren der CaBi- und SrBi-Phosphore	1821
19. Jan Kroo. Zur statistischen Elektronentheorie der Dielektrizität und des Magnetismus	1854
20. C. E. Blom. Über Frequenzberechnungen und einige Beziehungen zwischen elastischen und thermischen Konstanten der festen Elemente	1897
21. A. Byk. Zur Theorie der elektrischen und chemischen Atomkräfte	1417
22. Paul Neubert. Über die Schichtung in der positiven Glimmentladung des Wasserstoffs	1451
23. C. Dannecker. Über doppelte neutrale Punkte und die elektromotorischen Kräfte einiger Thermoelemente zwischen -200° und $+1000^{\circ}$ C.	1504
24. Martin Sjöström. Über den störenden Einfluß des Zimmers bei Wellenlängen- und Dekrementsbestimmungen kurzer Hertzscher Wellen	1531
25. M. v. Laue. Über den Temperatureinfluß bei den Interferenzerscheinungen an Röntgenstrahlen	1561
26. K. Schaposchnikow. Zur Relativdynamik des homogenen Körpers	1572
27. M. v. Laue. Zur Dynamik der Relativitätstheorie; Entgegnung an Hrn. Schaposchnikow	1575
28. T. Retschinsky. Absorption anorganischer Salze im Ultraviolett	1580
29. M. La Rosa. Übergang vom Bogen- zum Funkenspektrum im selbsttönenden Lichtbogen	1589
30. M. v. Laue. Berichtigung zu der Arbeit über die dreizählige-symmetrischen Röntgenstrahltaufnahmen an regulären Kristallen	1592
Namenregister zum Jahrgang 1913	1593

Ausgegeben am 23. Dezember 1913.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Tafel	I.	J. Stark, G. Wendt, H. Kirschbaum und R. Künzer
"	II.	E. Zschimmer und H. Schulz.
"	III.	R. Wachsmuth und B. Winawer.
"	IV.	I. Malmer.
"	V—XI.	M. Siegbahn.
"	XII.	W. Escher.
"	XIII.	K. Wolff.
"	XIV.	St. Rybár.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 42.

1. *Über die Messung
der Intensitätsverteilung in Spektrallinien. II.
Die Eliminierung des Apparateinflusses und die
Bestimmung der wahren Intensitätsverteilung;
von Peter Paul Koch.*

§ 1. Vorbemerkungen.

In einer vorhergehenden Veröffentlichung (Ann. d. Phys. 34. p. 377. 1911) ist ein photographisch-photometrisches Verfahren beschrieben worden, das gestattet, die Intensitätsverteilung in Spektrallinien auszumessen. Dieses wurde zunächst angewandt, um für einige Spektrallinien die Intensitätsverteilung festzustellen, wie sie von einer Reihe von Interferenzspektroskopen geliefert wurde. Es blieb dabei vorläufig offen, ob die gemessene Intensitätsverteilung im wesentlichen vom Apparate bedingt war oder von der Lichtquelle. Immerhin konnte auch mit dieser Beschränkung schon eine Reihe von Fragen erledigt werden, die bisher der experimentellen Untersuchung nicht zugänglich gewesen waren.

Bei weitem die wichtigste Aufgabe blieb nunmehr, die direkt gemessenen und möglicherweise durch den Einfluß des abbildenden Apparates veränderten Intensitätsverteilungen von diesem letzteren zu befreien und die wahre, von der Lichtquelle allein bedingte Intensitätsverteilung der Spektrallinien (im folgenden kurz wahre Intensitätsverteilung oder spektrale Energieverteilung genannt) zu ermitteln. In einer Reihe neuerer Arbeiten¹⁾, die sich mit der Messung der Intensitätsverteilung in Spektrallinien und daraus zu ziehenden Folgerungen beschäftigen, ist die Notwendigkeit der Eliminierung des Apparateinflusses überhaupt nicht erwähnt, geschweige, daß der Ver-

1) H. V. Brotherus, Ann. d. Phys. 38. p. 397. 1912; K. Iwanow, Physik. Zeitschr. 13. p. 1112. 1912.

such gemacht wäre, seine Größe abzuschätzen oder ihn zu eliminieren.

Der Weg, der einzuschlagen ist, um die wahre Intensitätsverteilung in einer Spektrallinie zu ermitteln, ist verhältnismäßig einfach. Man braucht zu diesem Zweck die Linie nur mit einem Spektralapparat zu untersuchen, dessen Auflösungsvermögen groß genug ist, um die Linie in ein Band auseinanderzuziehen, das breit ist, verglichen mit der Intensitätsverteilung, die der Apparat von einer streng monochromatischen, an sich also unendlich scharfen Spektrallinie liefern würde.¹⁾ Die letztere Verteilung ist ja bekanntlich entweder bedingt durch die Wirkung der Beugung wie bei den Prismenspektrographen, Gitterspektrographen und Stufengittern oder durch die Wirkung des Reflexionsvermögens wie beim Fabry-Perot-Interferometer und der Lummer-Gehrckeschen Platte. Dazu kommt gegebenenfalls der Einfluß etwaiger technischer Unvollkommenheiten in der Ausführung der Apparate. Das zur Ermittlung der wahren Intensitätsverteilung benutzte Auflösungsvermögen ist dann als genügend groß zu betrachten, wenn eine Steigerung desselben etwa auf das Doppelte die gemessene, auf Wellenlänge bezogene Intensitätsverteilung der untersuchten Linie nicht mehr merklich ändert.

Von vornherein ist für derartige Untersuchungen jeder Typus von Spektralapparaten brauchbar. Handelt es sich jedoch um die Messung der Intensitätsverteilung in den schärfsten Spektrallinien, deren Untersuchung nach verschiedenen Richtungen hin ein besonderes Interesse bietet, so kommt zur Zeit praktisch wohl nur das Interferometer von Fabry und Perot in Betracht, und zwar wegen der Einfachheit, mit der durch Vergrößern des Plattenabstandes das Auflösungsvermögen bis zu beliebig hohen Grenzen gesteigert werden kann bei im wesentlichen konstanter technischer Güte der Anordnung. Diese letztere hängt ja theoretisch nur von der Planheit der benutzten Platten ab, sowie von dem Reflexionsvermögen der durchlässigen Versilberung derselben (vgl. jedoch p. 19).

1) Diese Verteilung ist im folgenden kurz als monochromatische Verteilung des Apparates bezeichnet.

Die Anforderungen, die bei der Untersuchung scharfer Spektrallinien an das Auflösungsvermögen des Apparates gestellt werden, sind recht beträchtlich. Beispielsweise ist bei der im folgenden ausschließlich behandelten roten Cadmiumlinien (6439 Å.-E.), deren Breite unter den benutzten Bedingungen einige Hundertstel Å.-E. beträgt, ein Auflösungsvermögen von rund 1 000 000 nötig (vgl. p. 18), um die wahre Intensitätsverteilung feststellen zu können. Die schärfsten bisher untersuchten Spektrallinien, die von Krypton emittiert worden, das auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt ist ¹⁾, und deren Breite auf einige Tausendstel Å.-E. geschätzt wird, beanspruchen zur Auswertung ihrer spektralen Energieverteilung sogar ein Auflösungsvermögen von mehreren Millionen.

Leider beschränkt die Verwendung des Fabry-Perot-Interferometers vorläufig den Bereich der der Untersuchung zugänglichen Objekte im wesentlichen auf einzeln stehende Linien, wie etwa die rote Cadmiumlinie, schließt also die Behandlung komplizierter Liniensysteme aus, weil das verlangte hohe Auflösungsvermögen notwendigerweise ein entsprechend geringes Dispersionsgebiet bedingt und das Reflexionsvermögen der Versilberungen nicht beliebig hoch getrieben werden kann. Im oben besprochenen Falle bei Verwendung eines Auflösungsvermögens von etwa 1 000 000 beträgt das Dispersionsgebiet z. B. nur noch rund 0,07 Å.-E. Es ist zu hoffen, daß es der technischen Optik gelingen wird, Instrumente vom Typus der gewöhnlichen Beugungsgitter bzw. des Stufengitters herzustellen, die bei genügendem Auflösungsvermögen ein so großes Dispersionsgebiet haben, daß es möglich ist, mit ihnen auch kompliziertere Liniensysteme, die aus sehr schmalen Einzellinien zusammengesetzt sind, auf wahre Intensitätsverteilung auszumessen. Das dabei einzuschlagende Verfahren wird dem hier angewandten völlig analog sein.

§ 2. Das photometrische Verfahren.

Das zur Bestimmung der spektralen Energieverteilung in der roten Cadmiumlinie benutzte Verfahren beruht auf der

1) Ch. Fabry u. Buisson, Journ. de Phys. (5) 2. p. 442. 1912.

Anwendung der photographischen Photometrie und ist in zwei Abhandlungen (Ann. d. Phys. 30. p. 841. 1909 und 34. p. 377. 1911) in allen Einzelheiten erörtert worden. Tiefgehende Bedenken gegen die Berechtigung der Anwendung photographisch-photometrischer Methoden könnten sich aus den Versuchen Eberhards¹⁾ ergeben, denen zufolge verschieden große Stellen einer und derselben photographischen Platte, die etwa durch direkt auf die Platte aufgelegte Lochblenden hindurch mit der gleichen Lichtintensität gleich lang belichtet und dann beim Entwickeln der gleichen Behandlung unterworfen worden sind, verschiedene Schwärzung zeigen und zwar in dem Sinn, daß kleinere Stellen höhere Schwärzungen annehmen als größere. Eine andere Ausdrucksform dieses Effektes soll darin bestehen, daß die Randpartien gleichmäßig belichteter größerer Flächen dort, wo auf der entwickelten Platte Dunkelheit an Helligkeit grenzt, schwärzer sind als in der Mitte (Randeffekt).

Von einer Wirkung der geschilderten Art hatte ich bei keiner der bisher angestellten photographisch-photometrischen Untersuchungen etwas bemerkt. In der Tat hätte der Randeffekt seinerzeit in die Augen springen müssen bei den Ann. d. Phys. 34. p. 401. 1911 erwähnten Untersuchungen über die Wirkungsweise der Diffusion in der photographischen Schicht. Die dort benutzte Anordnung ist ja im wesentlichen identisch mit der von Eberhard benutzten Lochblendenanordnung. Auch eine nach Kenntnis der Veröffentlichung Eberhards wiederholte genaue Durchmessung der Schwärzungsverteilung in den Diffusionsaufnahmen zeigte keine Spur des Randeffekts. Eine weitere Bestätigung dafür, daß in dem ausgearbeiteten photographisch-photometrischen Verfahren wesentliche Fehlerquellen nicht mehr stecken konnten, lieferte die seinerzeit festgestellte befriedigende Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung für die Intensitätsverteilung in der durch die Interferenz zweier intensitätsgleicher Lichtbündel erzeugten Interferenzfigur eines Ringes des Michelson-Interferometers. (Ann. d. Phys. 34. p. 438. 1909 und Taf. V Fig. 3.)

Eine Wiederholung der Versuche Eberhards ließ auch

1) G. Eberhard, Physik. Zeitschr. 13. p. 288. 1912.

in der Tat keinen der geschilderten Effekte mit Sicherheit erkennen. Bei den vom Verfasser angestellten Versuchen waren die Blendenöffnungen der während der Belichtung auf die Platte gelegten Lochblende rechteckig und in Stanniol von 0,02 mm Dicke eingeschnitten. Letztere wurde gewählt, um die Reflexion an den Blendenrändern möglichst unschädlich zu machen und um zur Verhütung des Einflusses von Beugung an den Blendenrändern ein möglichst glattes Anliegen des Stanniols an die Platte zu erreichen.¹⁾ Die Blendenausschnitte waren sämtlich etwa 2 cm lang und hatten eine Breite von einigen Zehnteln bis zu einigen ganzen Millimetern. Bei einer größeren Anzahl von Versuchen, bei denen Plattenmaterial (mit und ohne Schutz gegen Lichthof), Belichtungs- und Entwicklungsart und -Dauer in weiten Grenzen variiert wurde, ergab sich, daß die Schwärzung zwar in einzelnen Fällen mit abnehmender Blendenbreite wuchs, in anderen dafür sogar abnahm und in noch anderen regellos schwankte. Die Schwärzungsunterschiede entsprachen dabei in keinem Falle mehr als einigen Prozenten der die Schwärzung verursachenden Lichtintensität und können völlig durch örtliche Inkonzanz der Plattenempfindlichkeit erklärt werden (Ann. d. Phys. 30. p. 864. 1909). Auch vom Randeffekt war weder bei diesen Versuchen noch in irgend einem anderen Falle etwas zu bemerken, obwohl jedesmal, wenn Gelegenheit dazu vorhanden war, systematisch nach dem Effekt gesucht wurde.

Schließlich war Hr. Kossel noch so liebenswürdig, in einer Reihe von Versuchen die Intensitätsverteilung in der Fraunhoferschen Beugungsfigur eines Einzelspaltes, die in ihrem Verlauf eine gewisse Ähnlichkeit mit der in den Ringen des Fabry-Perot-Interferometers besitzt, nach dem photographisch-photometrischen Verfahren auszumessen und mit dem Resultat der Rechnung zu vergleichen. Die Übereinstimmung war so gut, wie unter Berücksichtigung der Meßmöglichkeit (vgl. p. 14) erwartet werden konnte.

Aus allem dürfte hervorgehen, daß keine Gefahr dafür vorliegt, daß die folgenden Messungen in fehlerhafter Weise

1) Vgl. diesbezüglich die Bemerkungen von E. G. Goldberg, Zeitschr. f. wissensch. Photogr. 12. p. 77. 1913.

durch Effekte von der Art der von Eberhard gefundenen beeinflusst sind, zumal die Fabry-Perot-Ringe bei den verschiedenen Etalondicken ungefähr die gleiche, relativ beträchtliche Breite von 0,5—1,0 mm besitzen (vgl. Fig. 1, 2, 3 u. 4, p. 9 bis 12 und nur bis zu recht geringen Schwärzungen (maximal etwa 2,0¹⁾) belichtet sind. Nebenbei bemerkt liegt in der eben genannten Breite der Ringe und in ihrer geringen Schwärzung zufolge den Diskussionen in Ann. d. Phys. 34. p. 395—404. 1911 auch eine weitgehende Sicherung gegen etwaige Einflüsse der Diffusion des Lichtes in der photographischen Schicht.

Wodurch der Unterschied zwischen den Ergebnissen der Eberhardschen Versuche und denen der hier beschriebenen bedingt ist, bleibt zur Zeit offen und darin liegt vorläufig eine gewisse Bedrohung der Sicherheit jeder photographisch-photometrischen Messung. Es erscheint deshalb angezeigt, öfters in den Gang der Aufnahmereihen Proben auf das Nichtvorhandensein der genannten Effekte einzufügen.

Vielleicht wird es in absehbarer Zeit möglich sein, wenigstens gewisse spektroskopisch-photometrische Probleme unter Vermeidung des umständlichen Umwegs über die photographische Platte direkt durch mechanische Photometrie mittels lichtempfindlicher Zellen oder ähnlicher Hilfsmittel zu erledigen.

§ 3. Anordnung der Versuche.

Als Lichtquelle zur Erzeugung der Linie 6439 Å.-E. diente eine von Heraeus-Hanau gelieferte Cadmiumdampflampe aus Quarzglas, die an die Akkumulatorenbatterie von 120 Volt des Instituts unter Einschaltung eines Widerstandes angeschlossen war und bei ca. 25 Volt Klemmenspannung mit 3—6 Amp. belastet werden konnte. Während des Betriebs wurde meist dauernd mit einer Quecksilberfallpumpe evakuiert. Der Druck, am McLeod gemessen, betrug dabei höchstens einige tausendstel Millimeter Hg.

Die Lampe, deren horizontal stehendes Leuchtrohr einen Innendurchmesser von etwa 6—8 mm hat, wurde in Querdurchsicht benutzt, um mit einer verhältnismäßig dünnen

1) Ist J die Intensität des auf die entwickelte Platte auffallenden Lichtes, E die Intensität des durch die geschwärzte Stelle durchgegangenen Lichtes, dann ist die Schwärzung dieser Stelle $S = \log J - \log E$.

leuchtenden Schicht zu arbeiten (vgl. jedoch p. 26). Sie wurde mittels einer Linse von ca. 15 cm Brennweite etwa in Originalgröße auf den vertikal stehenden Kollimatorspalt des Spektroskops abgebildet und zwar mäßig unscharf wegen kleiner Flecke und Unregelmäßigkeiten der Leuchtrohrwand (Ann. d. Phys. 34. p. 433. 1911). Vor dem ziemlich weit geöffneten Spalt standen ein oder mehrere Rotfilter aus Massivrubinglas, um Streulicht anderer Linien im Spektralapparat unschädlich zu machen.

Der Spektralapparat selbst besitzt einen Kollimator (von Steinheil-München), dessen Objektiv bei ca. 3,5 cm Öffnung, ca. 11 cm Brennweite hat. Dann folgt ein Wadsworth-Prisma mit konstanter Ablenkung von 90° , hierauf das Fabry-Perot-Etalon und schließlich das Fernrohr mit einem Objektiv von ca. 3,5 cm Öffnung und ca. 50 cm Brennweite, gleichfalls von Steinheil. Es werden also die Ringe im durchgelassenen Lichte beobachtet. In der Brennebene des Fernrohres entsteht das vertikale Bild des Kollimatorspaltes (im vorliegenden Fall 0,5—1,5 mm breit), durchzogen von den im wesentlichen horizontalen Fabry-Perot-Ringen, und kann mittels einer angeschraubten Kassette photographisch aufgenommen werden. Bei dem benutzten Strahlengang entsprechen den verschiedenen Stellen des Spaltbildes (also verschiedenen Ringen) verschiedene Stellen der Lichtquelle, worauf unter Umständen Rücksicht zu nehmen ist (vgl. p. 19).

Die benutzten Etalons, deren Montierung in Zeitschr. f. Instrumentenk. 31. p. 378. 1911 beschrieben ist, hatten eine Dicke der Luftschicht von 1,1, 4,8, 14,2 oder 30,3 mm zwischen den durchlässig versilberten Glasplatten von rund 25 mm freier Öffnung. Die Versilberung war durch Kathodenzerstäubung hergestellt.

Die Justierung der Etalons vor den Aufnahmen erfolgte in der Zeitschr. f. Instrumentenk. 31. p. 378. 1911 näher geschilderten Art meist unter Benutzung des Lichtes einer Quecksilberbogenlampe. Als Kriterium für den erreichten Parallelismus beider Spiegelflächen diente die Konstanz des Ringdurchmessers des Fabry-Perot-Ringsystems über die ganze Öffnung des Etalons beim Hin- und Hergehen mit dem Auge vor derselben. Die Planheit der beiden einzelnen Eta-

lonplatten, die von Hilger-London geliefert waren, erwies sich dabei als befriedigend, indem lokale Abweichungen von der Konstanz des Ringdurchmessers, die über $\frac{1}{10}$ Wellenlänge Gangunterschied entsprochen hätten, außer an örtlich sehr beschränkten Stellen der Randpartien, welche letztere leicht abgeblendet werden konnten, nirgends vorkamen.

Anstatt des eben genannten Kriteriums beim Einstellen auf Parallelismus der beiden Etalonplatten wurde auch öfters unter Benutzung der Foucaultschen Messerschneidenmethode justiert, indem von der Brennebene des Fernrohres aus beobachtet wurde. Eine Überlegenheit der einen Methode über die andere ergab sich dabei vorläufig nicht.

Die derart vollzogenen Justierungen waren eindeutig, indem nach vollkommener Demontierung des Etalons und darauf erfolgtem Neuzusammensetzen jedesmal die gleiche Intensitätsverteilung in den Fabry-Perot-Ringen gemessen wurde (vgl. p. 14 u. 19).

Die Scharfeinstellung der Ringe auf die am Fernrohr angebrachte photographische Platte erfolgte in der Ann. d. Phys. 34. p. 396. 1911 beschriebenen Art. Auch sie war eindeutig, indem sie bei Wiederholung zur gleichen Intensitätsverteilung führte.

Exponiert wurde meist 1 Min. auf Panchromatic-B-Platten, von Wratten und Wainwright, Croydon, entwickelt, wie in Ann. d. Phys. 30. p. 863. 1909 angegeben.

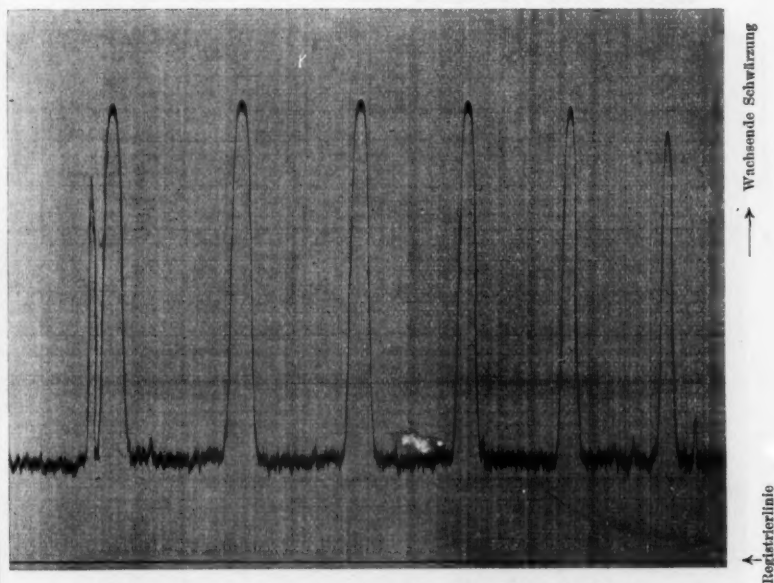
Die Ausmessung der Photogramme erfolgte teils noch mit dem Hartmannschen Mikrophotometer, teils mit dem Registrierinstrument des Verfassers (Ann. d. Phys. 39. p. 705. 1912), für welches letzteres die Übereinstimmung seiner Angaben mit denen des Hartmannschen Instrumentes gerade für Fabry-Perot-Ringe besonders geprüft worden ist. Die Zeitersparnis bei Verwendung des Registrierphotometers war beträchtlich. Es photometrierte ein Ringsystem mit je acht Ringen zu beiden Seiten des Zentrums, zu dessen Messung und Zeichnung früher zwei Tage angestrengter Arbeit nötig waren, in rund 30 Min. aus.

§ 4. Ergebnisse und einige Folgerungen.

Mit jedem der Etalons von 1,1, 4,8, 14,2 und 30,3 mm Luftplattendicke wurde im allgemeinen unter gleicher Belastung

der Cadmiumlampe mit 4,0 Amp. eine größere Reihe von Aufnahmen der roten Cadmiumlinie 6439 Å.-E. hergestellt.

In den Figg. 1, 2, 3 und 4 ist für die vier genannten Etalondicken je eine typische Schwärzungsverteilungskurve



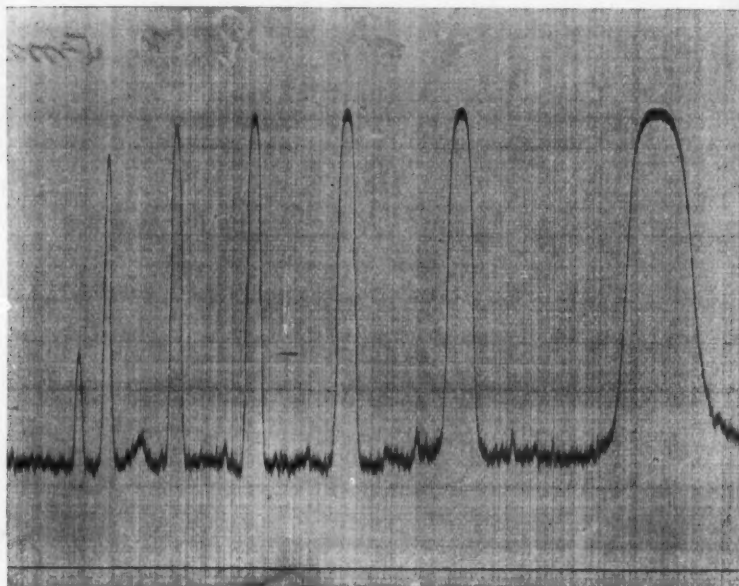
Schwärzungsverteilung im Ringsystem des 1,1 mm-Etalons.
7,7 × Übersetzung des Registrierphotometers. Dispersionsgebiet 1,88 Å.-E.

Fig. 1.

mittels der 7,7 fachen Übersetzung des registrierenden Mikro-
photometers aufgezeichnet.¹⁾ Der Abstand von Ring zu Ring

1) Der Zacken neben dem letzten Ring links der Fig. 1 rührt von einer Kassettenschramme im ausregistrierten Originalphotogramm her, die beiden kleinen Zacken links in Fig. 2 sind Plattenfehler und zwar kleine schwarze Punkte in der Schicht. Die Figg. 1—4 sind wie es scheint, und zwar ohne Einvernahme mit dem Verf., in den auf- und absteigenden Ästen retouchiert worden und dabei wurde der Schrammzacken der Fig. 1 versehentlich überhängend gezeichnet. Im übrigen entsprechen aber die nur als Muster gedachten Figg. 1—4 gut den Originalregistrierkurven.

in Wellenlängen ausgedrückt (das Dispersionsgebiet) beträgt für die Wellenlänge 6439 \AA-E. , für die Etalons von 1,1, 4,8, 14,2 und 30,3 mm bzw. 1,88, 0,432, 0,146 und $0,0684 \text{ \AA-E.}$ Bei den Aufnahmen mit den Etalons von 14,2 und 30,3 mm standen deren Planflächen senkrecht zur Achse des photo-



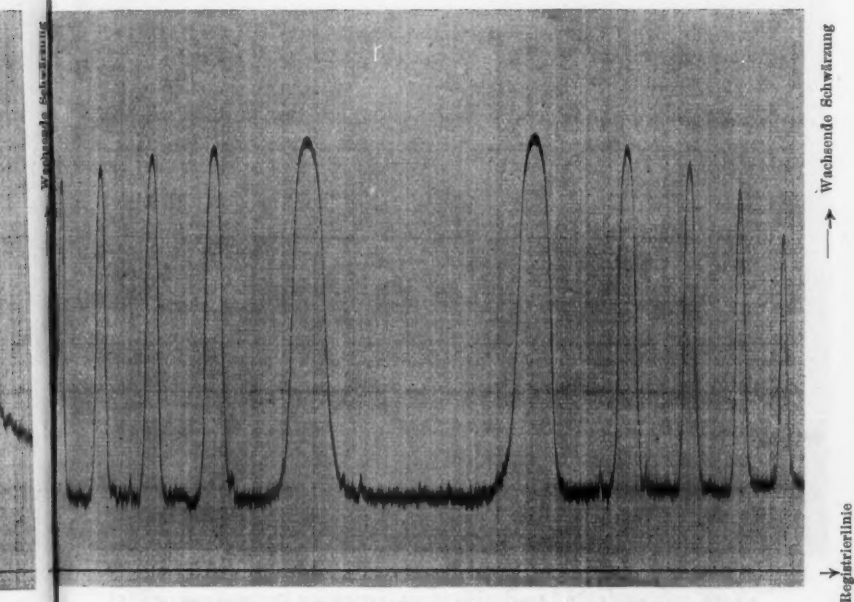
Schwärzungsverteilung im Ringsystem des 4,8 mm-Etalons.
 $7,7 \times$ Übersetzung des Registrierphotometers. Dispersionsgebiet $0,432 \text{ \AA-E.}$

Fig. 2.

graphischen Fernrohres, man erblickt also auf den Registrierkurven die Mitte des Ringzentrums, bei den Aufnahmen mit 1,1 bzw. 4,8 mm Luftplattendicke waren die Planflächen wegen des großen Durchmessers des Mittelringes zur Achse geneigt gestellt, um eine größere Anzahl von Außenringen auf die Platte zu bekommen.

Nach Zurückführung der mittels des Mikrophotometers ausgemessenen Schwärzungen auf Intensitäten mittels der auf

jeder Aufnahmeplatte befindlichen Intensitätsmarken (Ann. d. Phys. 30. p. 842. 1909; 34. p. 379. 1911) wurden an den so erhaltenen Kurven der Intensitätsverteilung folgende Korrekturen berücksichtigt und, falls sie die Meßfehlergrenze übertrafen, angebracht.



Schwärzungsverteilung im Ringsystem des 14,2 mm-Etalons.
7,7 \times Übersetzung des Registrierphotometers. Dispersionsgebiet 0,146 Å-E.

Fig. 3.

1. Die rote Cadmiumlinie 6439 Å-E. hat eine schwache Nachbarlinie 6325 Å-E., die bei dem benutzten Strahlengang sich auf der photographischen Platte in 0,5 mm gegenseitiger Entfernung abbildeten. Photographisch-photometrisch wurde festgestellt, daß die schwächere Linie nur eine Intensität von dem Bruchteil eines Prozents der stärkeren hatte. In der Tat war beim Beobachten des Ringsystems mit dem Auge von der schwächeren Linie nichts zu erkennen, wenn 6439 Å-E. noch reichlich intensiv erschien. Trotzdem wurde ein Teil

der Aufnahmen mit so engem Kollimatorsplatt aufgenommen, daß sich die Ringsysteme beider Linien nicht überdeckten, was sich bei wichtigen Aufnahmen stets empfehlen wird. Bei einem anderen Teil wurde wegen der Bequemlichkeit der Aus-



Schwärzungsverteilung im Ringsystem des 30,3 mm-Etalons.
7,7 \times Übersetzung des Registrierphotometers. Dispersionsgebiet 0,0684 Å.-E.

Fig. 4.

photometrierung der Aufnahmen der Kollimatorsplatt so breit gewählt, daß teilweise Überdeckung eintrat. Eine Änderung in der gemessenen Intensitätsverteilung von 6439 Å.-E. ergab sich dabei nicht.

2. Die Interferenzstreifen des Fabry-Perot-Systems sind kreisförmig gekrümmt, während die Ausphotometrierung der Photogramme mit geradem Spalt erfolgte. Der letztere wurde jedesmal so kurz gewählt (bis herab zu 0,2 mm Länge am Plattenort), daß ein Fehler auf das Resultat nicht entstehen konnte.

3. Der Abstand der aufeinanderfolgenden Ringe voneinander, der jedesmal praktisch dem gleichen Wellenlängenunterschied entspricht, ist auf der photographischen Platte nicht konstant, sondern nimmt von der Mitte des Ringsystems nach außen ab. Es entsprechen also nicht gleichen Abständen auf der Platte gleiche Wellenlängenunterschiede. Die später mitgeteilten Intensitätsverteilungskurven für die verschiedenen Etalondicken sind mittels graphischer Reduktion so korrigiert, daß gleichen Abszissenunterschieden gleiche Wellenlängenunterschiede entsprechen. Die Korrekturen waren durchweg unbedeutend, weil nur Ringe benutzt wurden, denen, von der Mitte des Ringsystems aus gezählt, die Nummer von 2—3 an aufwärts zukam, und weil mit wachsendem Abstand von der Ringmitte der genannte Einfluß mehr und mehr zurücktritt.

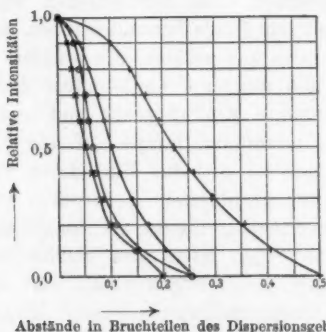
4. Da die Cadmiumdampflampe auf den Kollimatorspalt abgebildet wurde und da auf das Bild dieses Spaltes in der Brennebene des photographischen Fernrohres sich schließlich das Ringsystem überlagert, nimmt die Maximalintensität der Ringe meistens von der Mitte des Spaltbildes nach den Rändern hin ab (vgl. z. B. Fig. 3 u. 4), weil die Achse des Leuchtrohres der Cadmiumlampe intensiver strahlt als dessen Randpartien. Wo sich die Notwendigkeit dafür herausstellte, ist für diesen Intensitätsverlauf, der in ersichtlicher Weise die Intensitätsverteilung in den einzelnen Ringen beeinflussen kann, graphisch korrigiert.

5. Ein störender Temperaturgang während der meist 1 Min. beanspruchenden photographischen Aufnahme des Ringsystems war in keinem Falle zu bemerken, wie durch besondere Versuche festgestellt wurde. Der Temperaturgang verursachte nämlich in seltenen Fällen, während beträchtlich größerer Zeiten als zur Aufnahme erforderlich waren, eine gerade noch meßbare Wanderung des Ringsystems von 0,01 mm auf der photographischen Platte, was bei der Breite der Ringe von 0,5 bis 1 mm zufolge der Diskussion in Ann. d. Phys. 34. p. 404. 1911 auf die gemessene Intensitätsverteilung ohne jeden Einfluß ist.

Ergebnisse mit dem Etalon von 1,1 mm Dicke.

Die Intensitätsverteilung in einem Einzelring ist in Fig. 5 durch die Punkte \times wiedergegeben. Abszissen sind Abstände

in der Richtung des Ringdurchmessers und zwar in Bruchteilen des Dispersionsgebietes ausgedrückt, Ordinaten relative Intensitäten. Die Darstellung mit halbem Dispersionsgebiet konnte gewählt werden, weil sich hier wie bei den anderen Etalons die Intensitätsverteilung innerhalb der Meßmöglichkeit (vgl. p. 14) symmetrisch ergab. Die Punkte unterhalb etwa 0,1—0,2 der Maximalintensität sind weniger sicher verbürgt, da es zufolge Ann. d. Phys. 30. p. 843. 1909, sowie Ann. d. Phys. 34. p. 381 u. 394. 1911 nicht in einfacher Weise mög-



Intensitätsverteilung in den mit den Etalons von 1,1 mm \times ; 4,8 mm \odot ; 14,2 mm \bullet ; 30,8 mm $+$ gemessenen Fabry-Perot-Ringen.

Die Werte von der relativen Intensität 0,1 abwärts sind nur überschlagsweise geschätzt.

Fig. 5.

lich ist, in diesen Gebieten mit einiger Sicherheit photographisch-photometrisch zu messen.

Zur Kontrolle des angeführten Resultates wurde das Etalon öfters völlig demontiert, dann wieder neu zusammengesetzt, zum Teil unter Verdrehung der Etalonplatten gegeneinander und schließlich neu justiert. Stets war die Intensitätsverteilung innerhalb der Meßmöglichkeit und zwar in sämtlichen nebeneinander liegenden Ringen (meist etwa 4—5 an Zahl) die gleiche. Die Meßgenauigkeit für Abszissen war dabei hier wie auch bei den anderen Etalondicken etwa 0,01 mm am Plattenort (entsprechend im Mittel etwa 1 Proz. des Dispersionsgebietes) und für Ordinaten rund ein bis einige

Prozent. Die Übereinstimmung der Intensitätsverteilung in den Nachbarringen ist, solange diese noch im wesentlichen durch den Apparat bedingt ist, also bei den geringeren Etalondicken, ein gutes Kriterium dafür, daß die Gesamtoptik der Anordnung zuverlässig arbeitet.

Das Dispersionsgebiet beträgt, wie schon bemerkt, für das Etalon von 1,1 mm Dicke 1,88 Å.-E., d. h. würde man die Wellenlänge des auf das Etalon auffallenden, zunächst streng monochromatisch gedachten, Lichtes um diesen Betrag ändern, dann würde jeder Ring in seinen Nachbarring hineinwandern. Dabei ist aber selbstverständlich, daß, solange das vom Etalon analysierte Licht, wie angenommen, streng monochromatisch ist, den nebeneinander liegenden Stellen der gemessenen Intensitätsverteilung nicht etwa die aus dem Dispersionsgebiet zu berechnenden verschiedenen Wellenlängen entsprechen, sondern daß allen Stellen der Intensitätsverteilung ein und dieselbe Wellenlänge zukommt und zwar bei beliebiger Dicke des Etalons. In dieser Beziehung verhält sich die Interferenzverteilung der Ringe genau wie die Beugungsverteilung eines Prismen- oder Gitterspektroskops für streng monochromatisches Licht.

Bei experimentell erzeugten Linien komplizieren sich die Verhältnisse, weil derartige Linien zwar sehr schmal sein können, aber doch stets eine endliche Breite haben müssen.

Wie beispielsweise am Schluß gezeigt wird, beträgt die Halbweite¹⁾ der wahren Intensitätsverteilung der roten Cadmiumlinie einige hundertstel Å.-E. Die Halbweite der Intensitätsverteilung \times der Fig. 5 entspricht etwa 0,2 Å.-E. Denn die Halbweite beträgt etwa 0,1 des Dispersionsgebietes, welches letzteres in dem eben näher definierten Sinn rund 2 Å.-E. breit ist. Man sieht also, daß die Cadmiumlinie zwar verhältnismäßig schmal ist, verglichen mit der auf Wellenlängen umgerechneten Verteilung \times der Fig. 5, aber doch schon so breit, daß sich an einer und derselben Stelle der Kurve verschiedene Wellenlängen vom Betrag der Breite der Cadmiumlinie über-

1) Unter der Halbweite wird die Gesamtbreite der Intensitätsverteilung verstanden, gemessen für die Ordinate, die halb so groß ist wie die Maximalintensität (vgl. Ann. d. Phys. 34. p. 399. 1911).

lagern. Dabei kommt als Breite dieser Linie praktisch naturgemäß nur die in Betracht, für die die Linie noch eine merkliche Intensität besitzt.

Wenn umgekehrt die Etalondicke so groß ist, daß die untersuchte Linie aufgelöst ist, d. h., daß sie breit ist gegenüber der monochromatischen Intensitätsverteilung des Ring-systems, welch letztere, wie eben erwähnt, für alle Etalondicken im Verhältnis zum Abstand benachbarter Ringe voneinander gleich ist, so entspricht wieder nicht einer bestimmten Abszisse der gemessenen Intensitätsverteilung der aufgelösten Linie eine scharf definierte Wellenlänge, sondern ein Wellenlängengebiet von der Breite der monochromatischen Intensitätsverteilung. Da diese Breite relativ zum Dispersionsgebiet genommen im vorliegenden Fall einige Zehntel beträgt, überlagern sich also beispielsweise selbst bei der größten hier benutzten Etalondicke von 30,3 mm (Dispersionsgebiet 0,0684 Å.-E.) noch Wellenlängenbezirke von der Größenordnung von etwa einem hundertstel Å.-E.

Wenn somit im folgenden bestimmten Stellen der gemessenen Intensitätsverteilungen bestimmte Wellenlängen zugeordnet werden, geschieht dies stets mit den durch obige Überlegungen bedingten Beschränkungen.

Da die in Fig. 5 wiedergegebene Intensitätsverteilung für 1,1 mm Etalondicke in Wellenlängen ausgedrückt immerhin noch wesentlich breiter ist als die wahre Intensitätsverteilung der roten Cadmiumlinie, so bietet ein Vergleich der Kurve mit der für streng monochromatisches Licht theoretisch zu erwartenden einiges Interesse. Diese letztere ergibt¹⁾ sich zu:

$$(1) \quad J = \frac{(1 - r^2)^2}{(1 - r^2)^2 + 4 r^2 \sin^2 x},$$

$$0 < x < \pi.$$

Dabei ist J die Intensität in relativem Maß für die Abszisse x , und r^2 das Reflexionsvermögen der Versilberung, das zwischen 0 und 1 liegen könnte.

In der Tat zeigt es sich, daß obige Gleichung die beobachtete Intensitätsverteilung recht gut wiedergibt, wenn man

1) A. Schuster, An Introduction to the Theory of Optics II. Ed. p. 70. 1909.

r^2 mit 0,73 einsetzt, d. h. den Spiegeln ein Reflexionsvermögen von 73 Proz. zuschreibt. Tab. 1 stellt die Verhältnisse dar.¹⁾

Hierzu ist zu bemerken, daß das durch die gute Übereinstimmung von Messung und Rechnung plausibel gemachte Reflexionsvermögen von 73 Proz. einen Mittelwert für beide Spiegelflächen darstellt, von denen ja nicht sicher ist, daß sie gleich gut reflektieren.

Leider wurde seinerzeit das Reflexionsvermögen der Spiegel nicht direkt gemessen, so daß nicht entschieden werden kann, ob die gemessene Intensitätsverteilung durch dieses allein bestimmt ist, oder ob nicht kleine Abweichungen von der Planheit der Spiegelflächen, sowie vielleicht die wahre Breite der untersuchten Linie die gemessene Verteilung im Verhältnis zum Dispersionsgebiet verbreitert haben.

Tabelle 1.

Vergleich der mit dem 1,1 mm-Etalon gemessenen Intensitätsverteilung des Ringsystems mit der aus Formel (1) für $r^2 = 0,73$ berechneten.

Abzissen ausgedrückt in Bruchteilen des Dispersionsgebietes	Zugehörige relative Intensitäten	
	Gemessen	Berechnet
0,00	1,00	1,00
0,01	0,96	0,96
0,02	0,87	0,86
0,04	0,61	0,61
0,06	0,43	0,42
0,08	0,30	0,29
0,10	0,21	0,21
0,15	0,09	0,14
0,20	praktisch 0	0,07

Würde man eine derartige Verbreiterung finden, dann wäre die Wirkung der beiden letztgenannten Einflüsse leicht zu trennen. Wenn nämlich eine Verringerung der Etalondicke, etwa auf die Hälfte, die gemessene Intensitätsverteilung, immer

1) Man kann sich leicht überzeugen, daß der Charakter der Kurve Gleichung (1) grundlegend verschieden ist von dem Dopplereffektverteilungscharakter der wahren Intensitätsverteilung der roten Cadmiumlinie der Kurve Gleichung (2).

relativ zum Dispersionsgebiet genommen, nicht merklich ändert, dann ist die Verbreiterung völlig auf Abweichungen der Spiegelflächen von der Planheit zu schieben.

Aber auch ohne Verwendung eines dünneren Etalons kann man ein Urteil darüber gewinnen, ob die wahre Breite der untersuchten Linie bei der gemessenen Kurve \times der Fig. 5 noch eine Rolle spielt, nämlich durch eine graphische Konstruktion nach Art der p. 22 behandelten. Dadurch findet man in der Tat, daß die gemessene Kurve durch die wahre Breite der Linie nicht merklich verändert sein kann und daß sie somit innerhalb der Meßmöglichkeit die durch Reflexionsvermögen und technische Güte der Platten und des abbildenden Fernrohres bedingte monochromatische Verteilung des Interferometers darstellen muß.

Hiermit läßt sich dann sofort das Auflösungsvermögen der Interferometeranordnung angeben. Betrachtet man nämlich mit Lord Rayleigh¹⁾ zwei Spektrallinien dann als voneinander getrennt, wenn sie so weit auseinander stehen, daß ihre Übereinanderlagerung eine Intensitätsverteilung erzielt, die in ihrer Mitte eine Einsattelung von etwa 15—20 Proz. hat, so findet man, daß im vorliegenden Falle zwei Ringe aufgelöst werden können, die rund $\frac{1}{10}$ des Dispersionsgebietes voneinander abstehen. Daraus ergeben sich für die Etalons von 1,1; 4,8; 14,2 und 30,3 mm Dicke die kleinsten trennbaren Wellenlängenunterschiede bzw. zu 0,19; 0,043; 0,015 und 0,0068 Å-E. und die Auflösungsvermögen zu 33900, 149700, 429000 und 947000. Es ist zu hoffen, daß es gelingen wird, durch Steigerung des Reflexionsvermögens beträchtlich weiterzukommen, womit, wie schon bemerkt, die Möglichkeit gegeben wäre, auch die wahre Intensitätsverteilung in komplizierteren Liniengruppen zu ermitteln. Allerdings wachsen damit auch die an die Planheit der Spiegelplatten zu stellenden Anforderungen.

Ergebnisse mit den Etalons von 4,8; 14,2 und 30,3 mm Dicke.

In Fig. 5 sind außer der durch Punkte \times markierten Intensitätsverteilung für das Etalon von 1,1 mm Dicke in gleicher

1) Lord Rayleigh, Scient. Pap. 1. p. 420.

Art auch noch die mit den Etalons von 4,8; 14,2 und 30,3 mm erhaltenen Verteilungen eingezeichnet, markiert bzw. durch Punkte \odot , \bullet und $+$. Auch für diese Etalons wurde festgestellt, daß die Intensitätsverteilung in den Ringen, soweit die Meßgenauigkeit ging, durchwegs symmetrisch war und daß wiederholtes Neujustieren jedesmal zur gleichen Verteilung führte.

Dagegen war besonders bei den beiden dicksten Etalons das Kriterium der Gleichheit der gemessenen Intensitätsverteilung in den einzelnen Ringen (vgl. p. 15) nicht mehr benutzbar wegen der Abbildung der Lichtquelle auf das Ringsystem (vgl. p. 7). Es ergab sich nämlich, daß die von den äußeren Partien der Lichtquelle emittierte Linie, wenn auch nicht um viel mehr als die Meßmöglichkeit ausmachte, schmaler war als die von den Innenpartien der Lampe emittierte.

Ermittlung der wahren Intensitätsverteilung.

Die Ermittlung der wahren Intensitätsverteilung in der untersuchten Linie erfolgt nach den p. 2 angeführten Überlegungen mittels der Feststellung, daß bei wachsendem Auflösungsvermögen des benutzten Spektralapparates die gemessene Intensitätsverteilung, in Wellenlängen ausgedrückt, konstant wird. Diese letztere müßte die gesuchte vom Apparateinfluß befreite Verteilung sein.

Beim Vergleich der mit den Etalons verschiedener Dicke erhaltenen Verteilungen miteinander ist darauf Rücksicht zu nehmen, daß, wenn auch die benutzten Spiegelplatten jedesmal die gleichen sind, doch die Gesamtoptik der Etalons in verschiedener Weise wirken kann. Erstens ist nämlich zu bedenken, daß zufolge p. 10 bei den Aufnahmen mit den beiden dünneren Etalons die Spiegelflächen gegen die Achse des Beobachtungsfernrohrs (schätzungsweise um $1-2^\circ$) geneigt waren und daß für diesen Fall das Reflexionsvermögen der Versilberung ein anderes sein könnte als bei den Aufnahmen mit den dickeren Etalons, deren Platten senkrecht zur Achse standen. Ein Überschlag zeigt, daß hiervon ein meßbarer Fehlereinfluß nicht zu befürchten ist.

Gefährlicher ist die zweite Tatsache, daß bei den dickeren Etalons die zwischen den Spiegelflächen mehrfach hin- und

herreflektierten Strahlen und zwar besonders diejenigen, die gegen die Spiegelnormale geneigter einfallen, die also die Außenringe bilden, sich mit wachsender Anzahl der Reflexionen mehr und mehr von ihrer Auftreffstelle entfernen. Füllen, wie im vorliegenden Fall, die auf das Etalon auffallenden Bündel von Parallelstrahlen die freie Öffnung des Etalons gerade aus, so bewirkt diese Eigenschaft des Strahlenganges, daß mit wachsender Anzahl der Reflexionen eine wachsende Abblendung des Strahlenbündels eintritt, und zwar in um so höherem Maß, je schiefer die Strahlen einfallen und je dicker das Etalon ist. Der Effekt ist also etwa so, als ob für die Außenringe ein geringeres Reflexionsvermögen wirksam wäre als für das Ringzentrum. Der davon mögliche Fehler läßt sich im vorliegenden Falle leicht abschätzen. Er wirkt, wie gesagt, am ungünstigsten für die äußeren Ringe, die durch Strahlen zustande kommen, die unter etwa 40° zur Spiegelnormale des Etalons geneigt sind. Dies kommt beim 30 mm-Etalon, dessen freie Öffnung rund 25 mm Durchmesser hat (p. 7), einer Verringerung des Reflexionsvermögens um rund 3 Proz. gleich, es ist also so, als ob statt des oben angegebenen Reflexionsvermögens von 73 Proz. ein solches von 71 Proz. maßgebend wäre. Man kann sich durch graphische Konstruktion überzeugen, daß ein Fehler auf die schließlich angegebene wahre Intensitätsverteilung nicht entsteht, wenn man annimmt, daß bei allen Etalondicken, kurz gesagt, das gleiche Reflexionsvermögen und zwar entweder von 73 Proz. oder von 71 Proz. wirksam war. Wäre die Emission der Lichtquelle an allen Stellen dieselbe, was zufolge p. 19 nicht exakt der Fall ist, dann wäre die Gleichheit der gemessenen Intensitätsverteilung in sämtlichen Ringen auch hier ein gutes Kriterium für die Wirkungslosigkeit des eben besprochenen Einflusses. Für die beabsichtigte Feststellung der spektralen Energieverteilung in den schärfsten darstellbaren Spektrallinien, die die Verwendung mehrfach größerer Luftplattendicken erforderlich machen werden als die hier benutzten, wird man zur Vermeidung des besprochenen Fehlereinflusses einen geeigneteren Strahlengang wählen müssen, worin aber keine Schwierigkeit liegt.

Tab. 2 enthält die Gesamtheit der erhaltenen Resultate. In der ersten Vertikalkolonne stehen die Intensitäten relativ

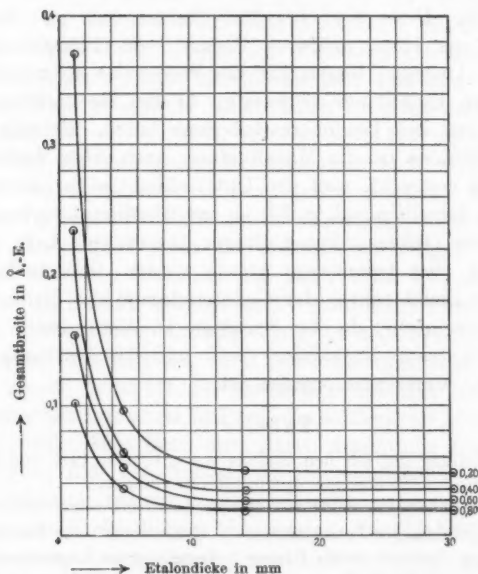
zur Maximalintensität der Linie gerechnet, welch letztere mit 1,00 angesetzt ist. In den folgenden Vertikalkolonnen finden sich je für die vier benutzten Etalondicken einmal das Verhältnis der Gesamtbreite zum Dispersionsgebiet für die genannten relativen Intensitäten und dann die Gesamtbreite, in Ångströmeinheiten umgerechnet. Die angegebenen Werte sind Mittelwerte. Diese sind bei den Etalons von 1,1; 14,2 und 30,3 mm aus einer größeren Anzahl von Einzelringen genommen. Dagegen liegen für die Werte des 4,8 mm-Etalons nur wenige Einzelringe zugrunde, da die Beobachtungen an ihm zunächst kein besonderes Interesse boten. Bei den beiden dicksten Etalons ist die Mittelbildung auch über Außen- und Innenringe erstreckt, weil der Unterschied in der Intensitätsverteilung derselben (vgl. p. 19) — wo überhaupt vorhanden — nur von der Größenordnung einiger tausendstel Å.-E. ist. Es soll damit aber keineswegs gesagt werden, daß auch in der Achse des Leuchtrohres der Cadmiumlampe die gleichen Verhältnisse vorliegen, da die Emission an dieser Stelle als auf das Ringzentrum abgebildet (p. 7 und 10) vorläufig überhaupt nicht untersucht worden ist.

Tabelle 2.

Zusammenstellung der mit den Etalons von 1,1, 4,8; 14,2 und 30,3 mm gemessenen Intensitätsverteilungen.

Relative Intensitäten	Gesamtbreite der Intensitätsverteilung dividiert durch Dispersionsgebiet für die Etalons von:				Gesamtbreite der Intensitätsverteilung in Ångströmeinheiten für die Etalons von:			
	1,1 mm	4,8 mm	14,2 mm	30,3 mm	1,1 mm	4,8 mm	14,2 mm	30,3 mm
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,0000
0,90	0,035	0,059	0,085	0,202	0,066	0,026	0,0124	0,0137
0,80	0,054	0,084	0,120	0,276	0,102	0,036	0,0175	0,0188
0,70	0,067	0,105	0,151	0,335	0,126	0,045	0,0221	0,0229
0,60	0,082	0,119	0,176	0,388	0,154	0,052	0,0257	0,0265
0,50	0,105	0,136	0,206	0,441	0,198	0,059	0,0300	0,0301
0,40	0,125	0,147	0,234	0,518	0,234	0,063	0,0342	0,0353
0,30	0,161	0,171	0,278	0,586	0,303	0,074	0,0406	0,0400
0,20	0,196	0,223	0,341	0,709	0,369	0,096	0,0499	0,0483
0,10	0,295	0,298	0,407	0,809	0,556	0,129	0,0592	0,0550
0,00	0,393	0,508	0,496	1,000	0,740	0,218	0,0724	ca. 0,07

Die Kurven Fig. 6 geben den Inhalt der Tab. 2 graphisch wieder. Abszissen sind Etalondicken in Millimeter, Ordinaten Gesamtbreiten der Intensitätsverteilungen in Åströmeinheiten für die relativ zur Maximalintensität der Verteilung genommenen Intensitäten. Man sieht, wie die Breiten mit wachsender Etalon-



Gesamtbreite der gemessenen Intensitätsverteilungen bei den relativen Intensitäten 0,20; 0,40; 0,60 und 0,80 als Funktion der Etalondicke (des Auflösungsvermögens).

Fig. 6.

dicke zunächst rapid abnehmen und dann etwa von der Dicke 15 mm an konstant werden. Zufolge p. 19 wäre also die mit den beiden dicksten Etalons erhaltene Intensitätsverteilung als die wahre, vom Apparateinfluss befreite, anzusprechen.

Ob völlige Eliminierung des Apparates tatsächlich erreicht ist, kann man aber noch auf sehr einfache Weise kontrollieren. Wie nämlich p. 15—16 erwähnt wurde, entsteht jede gemessene Intensitätsverteilung aus dem Zusammenwirken

der spektralen Energieverteilung der Linie mit der monochromatischen Verteilung des Apparates (vgl. p. 2). Denn jeder einzelne Punkt der wahren Intensitätsverteilung, für sich allein untersucht, würde die monochromatische Verteilung des Apparates liefern und zwar mit einer Maximalintensität, die proportional ist der Intensität der wahren Intensitätsverteilung für den betrachteten Punkt; und die gemessene Intensitätsverteilung kommt dadurch zustande, daß die den einzelnen Punkten der wahren Intensitätsverteilung entsprechenden monochromatischen Verteilungen sich übereinander lagern. Wenn also die gemessene Verteilung innerhalb der Meßmöglichkeit mit der spektralen Energieverteilung der Linie zusammenfällt, dann muß sie ungeändert bleiben, wenn man für sie die eben besprochene Summierung über die Punkt für Punkt gezeichneten monochromatischen Intensitätsverteilungen vornimmt.

Diese Konstruktion wurde nun für eine genügend groß gewählte Anzahl von Punkten der zu kontrollierenden Intensitätsverteilung vorgenommen, wobei als monochromatische Verteilung des Apparates die mit dem Etalon von 1,1 mm erhaltene Kurve \times der Fig. 5 diene. (Vgl. p. 18.)

Das Ergebnis war, daß in der Tat die mit dem 30,3 mm-Etalon erhaltene Intensitätsverteilung als vom Appareteeinfluß befreit anzusehen ist, da die durch die geschilderte Konstruktion eintretende Gesamtverbreiterung nirgends über 0,001 Å.-E. hinausgeht, was nicht mehr ist, als die für dieses Etalon zurzeit bestenfalls zu garantierende Genauigkeit. Dagegen ergab die Konstruktion für die Verteilung des 14,2 mm Etalons eine stärkere Verbreiterung, die beispielsweise für die Halbweite etwa 0,005 Å.-E. ausmacht und die wohl als reell anzusprechen ist, obgleich für dieses Etalon die Meßgenauigkeit entsprechend geringer ist und wohl höchstens 0,002 bis 0,003 Å.-E. beträgt.

Die Tatsache, daß trotzdem die mit den Etalons von 14,2 und 30,3 mm erhaltenen Intensitätsverteilungen recht gut übereinstimmen, könnte entweder davon herrühren, daß die als monochromatische Verteilung des Apparates genommene Kurve des 1,1 mm Etalons doch wesentlich breiter ist als die wirkliche monochromatische Verteilung, was allerdings zufolge p. 18 recht unwahrscheinlich ist, oder daß wahrscheinlicher

die Aufnahmen mit dem 14,2 mm Etalon bei etwas anderer Belastung der Cadmiumlampe erfolgten oder sich auf eine etwas andere Lampenstelle beziehen als die mit dem 30,3 mm-Etalon.

Sicher erscheint aber, daß die mit letzterer Dicke gewonnene Verteilung vom Apparateeinfluß befreit ist. Dies läßt sich noch auf eine andere Art nachweisen, die ich meinem Freunde Debye verdanke und die den Vorteil hat, daß sie gestattet, eine etwa anzubringende Korrektur zahlenmäßig zu ermitteln.

Hat man nämlich die auf Freiheit vom Apparateeinfluß zu untersuchende Intensitätsverteilung und dazu die monochromatische Verteilung des Apparates, so besteht die Rechenvorschrift darin, daß man beide Verteilungen in ihre Fourierkoeffizienten zerlegt, die entsprechenden Koeffizienten der zu untersuchenden Verteilung durch die der monochromatischen dividiert und aus den so erhaltenen Quotienten als Fourierkoeffizienten eine neue Verteilung aufbaut. Diese ist dann die gesuchte wahre Intensitätsverteilung.

Eine Anwendung dieses Verfahrens, dessen eingehende Begründung bei anderer Gelegenheit gegeben werden soll, führte gleichfalls zu dem Ergebnis, daß an der mit dem 30,3 mm-Etalon erhaltenen Intensitätsverteilung keine Korrektur anzubringen ist, die über rund 0,001 Å-E. hinausgeht. Die Fourierzerlegung erfolgte dabei mit einem harmonischen Analysator nach Mader¹⁾ bis zum neunten Glied, welche Annäherung sich als hinreichend erwies.

Die mit dem 30,3 m-Etalon erhaltene Intensitätsverteilung, die also als die spektrale Energieverteilung der roten Cadmiumlinie unter den benutzten Emissionsbedingungen anzusehen ist, ist in Fig. 7 dargestellt. Abszissen sind Ångströmeinheiten, Ordinaten relative Intensitäten.

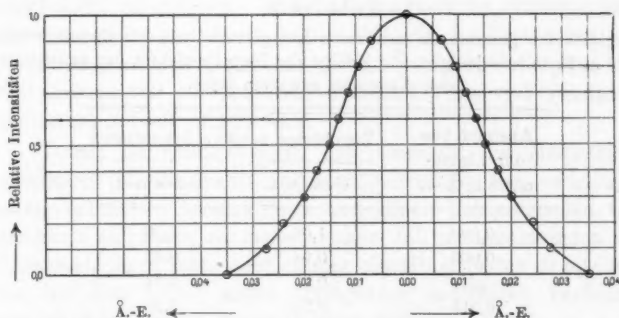
Es ist interessant, die empirisch gefundene Verteilung der Fig. 7 mit derjenigen zu vergleichen, die auftreten muß, wenn die Verteilung lediglich durch den Dopplereffekt der emit-

1) O. Mader, *Elektrotechn. Zeitschr.* 30. p. 847. 1909; A. Schreiber, *Physik. Zeitschr.* 11. p. 354. 1910.

tierenden Cadmiumatome bedingt ist. Diese ist gegeben durch¹⁾:

$$(2) \quad J = e^{-\frac{(\delta\lambda)^2}{a}},$$

wobei J die Intensität für den Abstand $\delta\lambda$ von der Mitte der Linie bedeutet und a eine Konstante ist. Wegen der Schmal-



Spektrale Energieverteilung der Cadmiumlinie 6439 Å.-E. unter den benutzten Emissionsbedingungen.

Fig. 7.

heit des in Betracht kommenden Wellenlängenintervalles ist es erlaubt, in der angegebenen Weise anstatt mit Schwingungszahldifferenzen mit Wellenlängenunterschieden zu rechnen.

In Tab. 3 ist die gemessene Intensitätsverteilung mit der nach obiger Formel berechneten verglichen. Dabei ist die Konstante a aus der Halbwerte der gemessenen Verteilung entnommen. Die Übereinstimmung von Messung und Rechnung liegt innerhalb der Meßmöglichkeit.

Drückt man die Wellenlängen in Zentimeter aus, so erhält man für a aus der Halbwerte der gemessenen Verteilung den Wert:

$$a = 3,27 \cdot 10^{-20}.$$

Daraus berechnet sich die absolute Temperatur des emittierenden Dampfes zu:

$$(3) \quad T = \frac{a \cdot m \cdot c^2}{2 \lambda_0^2 k},$$

1) Lord Rayleigh, *Scient. Pap.* 3. p. 258; O. Schönrock, *Ann. d. Phys.* 20. p. 995. 1906.

wobei zu setzen ist:

$$m = \text{Masse des Cadmiumatoms} = 183 \cdot 10^{-24} \text{ g.}$$

$$c = \text{Lichtgeschwindigkeit} = 3,00 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec.}$$

$$\lambda = \text{Wellenlänge der Linienmitte} = 6439 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

$$k = 1,346 \cdot 10^{-16} \text{ erg/grad.}^1)$$

Tabelle 3.

Vergleich der gemessenen spektralen Energieverteilung der Cadmiumlinie 6439 Å.-E. mit derjenigen, die infolge des Dopplereffektes der emittierenden Atome zu erwarten wäre.

Abstand von der Linien- mitte in Å.-E.	Zugehörige relative Intensitäten	
	Gemessen	Berechnet
0,000	1,00	1,00
0,005	0,94	0,93
0,010	0,77	0,74
0,015	0,51	0,50
0,020	0,30	0,30
0,025	0,17	0,15
0,030	0,07	0,07
0,035	0,00	0,02

Dies liefert:

$$T = 4830^{\circ} \text{ absolut.}$$

Ob die so berechnete, unwahrscheinlich hohe Temperatur die wirkliche Temperatur des Cadmiumbogens darstellt, ob also der Dopplereffekt der Atome allein die gemessene Verteilung bedingt oder ob nicht schon die Dicke der emittierenden Schicht oder die Dichte des emittierenden Dampfes zum Teil für die Breite der Linie verantwortlich gemacht werden kann, welch letzteres viel Wahrscheinlichkeit für sich hat, liegt außerhalb des Rahmens der vorliegenden Veröffentlichung.

§ 5. Schlußbemerkungen.

Ein Teil der im vorstehenden mitgeteilten Ergebnisse konnte nicht ganz so eingehend durchgearbeitet werden, wie es beabsichtigt war für den Fall, daß die Versuche nicht dem-

1) M. Planck, Theorie d. Wärmestrahlung p. 162.

nächst aus äußeren Gründen auf einige Zeit unterbrochen würden. Es besteht infolgedessen die Hoffnung, daß es gelingen wird, durch eingehendere Berücksichtigung mancher Fehlerquellen die Genauigkeit der Werte für die zu verschiedenen relativen Intensitäten gehörigen Linienbreiten der wahren Intensitätsverteilung über die hier erreichte von etwa 0,001 Å.-E. zu steigern. Diese Genauigkeit ist übrigens jetzt schon so groß, wie sie im besten Fall bei der Festlegung von Wellenlängennormalen, genauer gesagt, bei der Festlegung der Wellenlänge von Linienmitten, mittels des Fabry-Perot-Interferometers zurzeit erzielt wird.

Damit ist nachgewiesen, daß nunmehr die Möglichkeit vorhanden ist, die wahre Intensitätsverteilung von verhältnismäßig schmalen Spektrallinien mit einer befriedigenden Genauigkeit empirisch zu messen, ohne daß man gezwungen ist, Voraussetzungen mehr oder minder plausibler Natur zu machen, wie bei dem bisher allein verfügbaren indirekten Verfahren von Michelson¹⁾ oder von Fabry und Buisson.²⁾

Auf Grund der beschriebenen Ergebnisse wird zurzeit für eine Reihe von Lichtquellen verschiedener Art die wahre Intensitätsverteilung der von ihnen emittierten Spektrallinien gemessen und die etwaige Abhängigkeit dieser Verteilung von den Erregungsbedingungen, sowie vom Ort in der Lichtquelle untersucht. Im Anschluß daran wird der Versuch gemacht, auf die Intensitätsverteilung zu schließen, die zu erwarten ist für den Fall, daß nur eine praktisch unendlich dünne Schicht des leuchtenden Dampfes Licht aussendet, sowie weiter festzustellen, ob vielleicht spezifische Einflüsse der Erregungsbedingungen auf die Lichtemission vorhanden sind. Daneben wird ein Augenmerk gerichtet auf die Existenz von Asymmetrien in der spektralen Energieverteilung der gemessenen Linien, wie sie auf Grund der Untersuchung von Michelson³⁾ und Cotton⁴⁾ durch das Zusammenwirken des Dopplereffektes

1) A. A. Michelson, *Valeur du Mètre. Annexe 3; Travaux et Mémoires du Bureau International* 11.

2) Ch. Fabry u. H. Buisson, *Journ. de Phys.* (5) 2. p. 442. 1912.

3) W. Michelson, *Astroph. Journ.* 13. p. 192. 1901.

4) A. Cotton, *Astroph. Journ.* 33. p. 375. 1911.

der lichtaussendenden Systeme mit der anormalen Dispersion des von diesen ausgehenden, den leuchtenden Dampf durchsetzenden Lichtes auftreten müßten.

Eine Zusammenfassung sämtlicher gewonnener Erfahrungen wird es wohl gestatten, Bedingungen zu definieren, unter denen gewisse Lichtquellen Spektrallinien emittieren, deren Energieverteilung durch die Erregungsbedingungen eindeutig bestimmt ist. Diese „Normalen der Intensitätsverteilung“ werden dann in einfachster Weise dazu benutzt werden können, um Spektralapparate auf exakte Wiedergabe der spektralen Energieverteilung von Linien zu prüfen.

Weiter besteht die Aussicht, daß es mit den in Angriff genommenen Untersuchungen gelingen wird, Klarheit darüber zu schaffen, ob und wieviel die Wellenlänge der Maximalintensität in der wahren Intensitätsverteilung von Spektrallinien (die „Linienmitte“) mit den Erregungsbedingungen variiert, eine Frage, die nach den interessanten Versuchen von Goos¹⁾ in engstem Zusammenhang steht mit Unstimmigkeiten, die bei der Bestimmung von Wellenlängennormalen neuerdings aufgetreten sind.

Das wichtigste in Behandlung genommene Problem ist aber die Messung der wahren Intensitätsverteilung in den schärfsten darstellbaren Spektrallinien, wofür nach den bisherigen Erfahrungen wesentliche meßtechnische Schwierigkeiten nicht mehr vorhanden sind. Dabei werden die Spektrallinien im Anschluß an Fabry und Buisson²⁾ durch elektrische Erregung von möglichst abgekühlten Gasen hohen Atomgewichts zur Emission gebracht.

Es scheint nicht hoffnungslos zu sein, den Versuch zu machen, durch gleichzeitige thermometrische Messung der Temperatur des leuchtenden Gases Daten zu gewinnen, die gestatten, unter Umständen die Strahlungsdämpfung dieser Systeme selbst zu ermitteln. Denn diese liefert unter den

1) F. Goos, *Zeitschr. f. wiss. Phot.* 11. p. 1 u. 305. 1912; *Astroph. Journ.* 35. p. 221. 1912.

2) Ch. Fabry u. H. Buisson, *Journ. de Phys.* (5) 2. p. 442. 1912.

günstigsten, zurzeit realisierbaren Erregungsbedingungen vermutlich schon einen merklichen Beitrag zur Linienbreite.

Wie bisher hat Hr. Geheimrat Professor Dr. Röntgen sein lebhaftes Interesse an den vorstehenden Untersuchungen durch unbeschränkte Gewährung jeder irgendwie wünschenswerter Mittel zu erkennen gegeben. Ich bin ihm dafür zu herzlichstem Danke verpflichtet.●

München, Physik. Inst. d. Univers. 9. Mai 1913.

(Eingegangen 20. Mai 1913.)

**2. Über die Absorption
Hertzscher elektrischer Wellen im Eisen;
von Karl F. Lindman.**

•
Einleitung.

1. Durch eine frühere experimentelle Untersuchung¹⁾ fand ich, daß Hertzsche elektrische Wellen — in Übereinstimmung mit der Theorie, aber im Widerspruch zu gewissen älteren Versuchen — von unmagnetischen Metallspiegeln (Zinn und Kupfer) bei jedem Einfallswinkel und bei jedem Schwingungszusatz ohne merklichen Intensitätsverlust reflektiert werden. Die Absorption, welche diese Wellen in den erwähnten Metallen erleiden, ist also so gering, daß die Intensität der reflektierten Strahlen von der der direkten nicht merkbar abweicht. Es blieb aber unbeantwortet, ob nicht die Absorption bei magnetisierbaren Metallspiegeln (Eisen und Nickel) so viel größer sei, daß sie durch direkte Intensitätsmessungen nachgewiesen werden könnte.

Die Frage, ob die Absorption der elektrischen Wellen in Metallen von der Natur der Metalle überhaupt abhängig ist, hat bekanntlich Bjerknes²⁾ auf einem indirekten Wege untersucht. Er fand, daß die in Resonatoren aus verschiedenem Material durch dieselben primären Wellen erregten Schwingungen verschieden stark gedämpft waren, und er schloß daraus, daß die Absorption von dem Materiale der Resonatoren abhängig ist. Es ergab sich, daß die Dämpfung und also auch die Absorption um so größer war, je größer der spezifische Widerstand und die Magnetisierbarkeit des Resonatordrahtes waren. Der Einfluß der zuletzt erwähnten Eigenschaft des aus Eisen oder Nickel bestehenden Resonatordrahtes auf die Dämpfung war ein Beweis, daß die Magnetisierung von Eisen

1) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. 4. p. 617. 1901.

2) V. Bjerknes, Wied. Ann. 47. p. 69. 1892.

und Nickel den schnellen Hertzschen Schwingungen noch zu folgen vermag, d. h. daß es möglich ist, den Magnetismus dieser Stoffe etwa 100 Millionen Mal in der Sekunde umzukehren (die Wellenlänge der Schwingungen, womit Bjerknes arbeitete, betrug ca. 4 m). Über die absolute Größe der Absorption geben die Bjerknesschen Versuche jedoch keine Auskunft. Durch Messung der Wärmeentwicklung Hertzscher Schwingungen von der Wellenlänge 3,3 m in dünnen Metalldrähten aus verschiedenem Material ist auch Klemenčič¹⁾ fast gleichzeitig zu ähnlichen Schlüssen gekommen. Den Wert der Permeabilität des Eisens für Hertzsche Schwingungen taxiert er (unter Vernachlässigung der Hysteresis) zu ca. 100.

Daß die Magnetisierbarkeit des Eisens sich auch bei einer Schwingungszahl von einer Milliarde in der Sekunde sehr deutlich merkbar macht, geht aus meinen neulich veröffentlichten Versuchen über sekundäre elektrische Schwingungen²⁾ hervor. Es zeigte sich indessen, daß der Einfluß des Materials auf die Sekundärschwingungen mit wachsender Dicke der als „Sekundärerreger“ dienenden Metalldrähte abnahm.

2. Durch die im folgenden beschriebenen Messungen der von Resonatoren gittern durchgelassenen und der von ihnen reflektierten Strahlung habe ich nachgewiesen, daß Hertzche Wellen von der Länge 26 cm in eisernen Resonatoren systemen eine größere Absorption erleiden als in ähnlichen aus (kreisförmigen) Kupferdrähten bestehenden Systemen, wobei es sich zugleich zeigte, daß dieser Unterschied hauptsächlich von der Magnetisierbarkeit des Eisens herrührt. Die Ergebnisse dieser Versuche veranlaßten mich, das Reflexionsvermögen eines ebenen Eisenspiegels mit dem eines gleich großen Kupferspiegels experimentell zu vergleichen (siehe unten). Obwohl die dabei beobachteten Abweichungen sämtlich im Sinne einer etwas schwächeren Reflexion beim Eisen gehen, sind diese Abweichungen jedoch so gering, daß sie innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler fallen. Theoretisch (nach der Maxwell'schen Theorie) ist keine merkbare Absorption in Eisenspiegeln zu erwarten, falls man nicht einen Wert für die Permeabilität

1) J. Klemenčič, Wied. Ann. 50. p. 456. 1893.

2) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. 40. p. 1014. 1913.

des Eisens annimmt, der viel größer als der von Klemenčič angegebene Wert (100) ist (vgl. p. 43). Klemenčič (l. c.) bezeichnet aber selbst die von ihm berechneten Werte der Permeabilität als ziemlich unsicher, und außerdem ist es auch fraglich, ob die gewöhnlichen Werte der galvanischen Leitfähigkeit der Metalle, welche Größe in den betreffenden theoretischen Formeln vorkommt (vgl. p. 43), für so schnelle Schwingungen wie die Hertzschen noch gültig sind.¹⁾ Ohne eine besondere experimentelle Untersuchung konnte also die Frage vom Reflexionsvermögen eines Eisenspiegels nicht mit genügender Sicherheit beantwortet werden.

Nach der Iontheorie der Metalle wäre es auch, wie Drude²⁾ bemerkt hat, möglich, daß gewisse Metalle und vor allem das Eisen, außer den beiden Ionengattungen, die das optische Verhalten dieser Metalle erklären, noch wesentlich schwerere Ionen enthalten, die optisch unwirksam sind, während sie für Hertzsche Wellen einen Einfluß äußern könnten.

Versuche mit Resonatorensystemen.

1. Erreger, Empfänger (geradliniger Sekundärleiter mit Thermoelement) und Messungsmethode (gleichzeitiges Ablesen zweier Galvanometer) waren dieselben, welche ich in einer früheren Arbeit³⁾ beschrieben habe. Bei allen im folgenden beschriebenen Versuchen waren Erreger und Empfänger aufeinander abgestimmt; die halbe Wellenlänge ihrer Schwingungen betrug 13 cm.

Die Resonatoren, welche die Elemente der zu untersuchenden ebenen Gitter oder Resonatorensysteme bildeten, hatten eine nahezu geschlossene, kreisförmige Form und bestanden aus 13 cm langen und 0,7 bzw. 0,5 mm dicken Drähten aus entweder Eisen oder Kupfer. Der Abstand ihrer freien Enden betrug ca. 3 mm. Sie waren stets in horizontalen bzw. vertikalen Reihen angeordnet und wurden dabei von aus Pappe gemachten Stativen so getragen, daß ihre Öffnungen (die Enden

1) Nach Beobachtungen von Klemenčič (l. c.) hängt in der Tat die Leitfähigkeit der Metalle bei Hertzschen Schwingungen in etwas anderer Weise von der Metallsorte ab als bei konstantem Strom.

2) P. Drude, *Physik. Zeitschr.* 1. p. 165. 1900.

3) K. F. Lindman, *Ann. d. Phys.* 38. p. 526. 1912.

der Drähte) nach derselben Seite hin gerichtet waren (Fig. 1). Bei vertikaler Stellung des stabförmigen mit parabolischem Reflektor versehenen Erregers wirkte dann, wenn das Gitter zur Wellenebene parallel war, nur die elektrische Kraft (und nicht die magnetische) auf die Resonatoren. Der gegenseitige Abstand der Aufhängungspunkte zweier benachbarter Resonatoren betrug, falls anders nicht gesagt wird, 10 cm. Eine besondere Untersuchung (wobei ein kreisförmig gebogener Meßresonator als Element des Gitters benutzt wurde) ergab, daß die von einem einzelnen Gitterelement aufgenommene Strahlungsenergie bei Anwesenheit der übrigen Gitterelemente bedeutend größer war als bei Abwesenheit derselben, daß aber die Gitterelemente bezüglich ihrer Schwingungsperiode nur wenig aufeinander einwirkten (die halbe Wellenlänge ihrer Eigenschwingungen vergrößerte sich bei der erwähnten Verteilungsdichte um nur 0,1 à 0,2 mm). Ich konstatierte ferner, daß (in Übereinstimmung mit früher gemachten Beobachtungen) ein kreisförmig gebogener, nahezu geschlossener Sekundärleiter eine ein wenig größere Eigenperiode hatte als ein geradliniger von derselben Länge und Dicke, wobei dieser Unterschied zunahm, wenn der Abstand zwischen den Enden des ersteren verkleinert wurde. Das aus 13 cm langen Drähten bestehende Gitter stand also nur in angenäherter Resonanz mit den 26 cm langen primären Wellen. — In einem Falle (bei den Reflexionsversuchen) wurde auch ein „dichtes“ Gitter benutzt, bei dem die Aufhängungspunkte der Elemente in um nur 5 cm voneinander entfernten Reihen angeordnet waren.

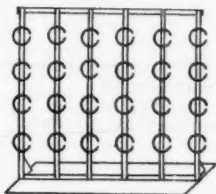


Fig. 1.

Die Versuche mit diesen Gittern wurden eigentlich im Zusammenhang mit einer allgemeineren Untersuchung über das selektive Absorptions- und Reflexionsvermögen elektrischer Resonatorensysteme¹⁾ ausgeführt. Alle Fremdwirkungen (durch

1) Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in einer längeren Abhandlung in „Öfversigt af Finska Vet.-Soc. Förh.“ 52. 1909—1910. Afd. A. Nr. 10 veröffentlicht.

Beugungen, Reflexionen von den Zimmerwänden usw.) mußten dabei natürlich soweit wie möglich beseitigt werden. Bei den Durchlässigkeitsversuchen bediente ich mich im ganzen fünf verschiedener Versuchsanordnungen, von denen die in Fig. 2 skizzierte eine der am meisten befriedigenden war. Der mit parabolischem Reflektor und einem 50 cm langen Metalltrichter *U* versehene Meßresonator *R* stand unmittelbar hinter einem 88 cm langen, mit Stanniolblättern überzogenen Rohr (aus Pappe) von quadratischem Querschnitt. Der vordere Teil (*B*) dieses Rohres endigte mit einer rechteckigen 29 cm

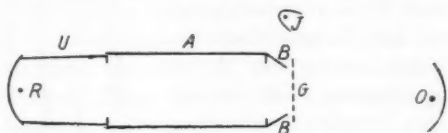


Fig. 2.

hohen und 32 cm breiten Öffnung, vor welcher das Gitter in ca. 4 cm Entfernung möglichst symmetrisch aufgestellt wurde.¹⁾ Der Oszillator *O* stand in der Entfernung 150 cm vom Gitter (die einfallenden Strahlen konnten also als ziemlich parallel angesehen werden). Der Standardindikator *J* war seitwärts in einiger Entfernung vom Gitter aufgestellt.

Außer einem einfachen Gitter benutzte ich als „absorbierendes Medium“ auch mehrere hintereinander gestellte Gitter. Die Anordnung für die Abschirmung der seitlichen Strahlung war allerdings dann eine andere als die soeben beschriebene; da es aber jetzt nur auf einen Vergleich der Durchlässigkeit eiserner Resonatorsysteme mit der von kupfernen ankommt, brauche ich hier nicht auf eine Beschreibung dieser Anordnungen einzugehen.²⁾

1) Die Höhe dieser Öffnung mußte ziemlich klein und die Entfernung des Meßresonators von ihr verhältnismäßig groß sein. Es konnte nämlich sonst, wie ich beobachtete, unter gewissen Umständen sogar eintreffen, daß das Einschieben des Gitters eine Verstärkung der im Empfänger erzeugten Wirkung verursachte.

2) Die Gittersysteme befanden sich meistens zwischen den rechteckigen Öffnungen zweier großen Metallspiegel, wobei die einzelnen Gitter gegeneinander so verschoben waren, daß die durchgehenden Strahlen möglichst wenige „Lücken“ trafen.

Die Ergebnisse der Messungen über den Einfluß des Materials auf die Durchlässigkeit der Gitter sind in den folgenden Tabellen enthalten. Es bezeichnen darin a den (korrigierten) Ausschlag des mit dem Meßresonator verbundenen Galvanometers und b den gleichzeitigen Ausschlag des mit dem Standardindikator verbundenen Galvanometers. Die Verteilungsdichte der Gitterelemente war bei diesen Versuchen die oben zuerst erwähnte. Im Falle zweier hintereinander stehender Gitter waren diese Gitter um 33 cm voneinander entfernt, während bei Verwendung von drei oder fünf Gittern die benachbarten Gitter um ca. 5 cm voneinander entfernt waren.

Einfaches Gitter.

	a	b	$\frac{a}{b}$	Mittelwert	Schwächung in Proz. der freien Strahlung
Freie Strahlung	72	48	1,50	1,505	
	73	49	1,49		
	73	48	1,52		
	71	47	1,51		
Durchgang durch <i>kupfernes</i> Resonatorensystem (Dicke d. Drähte = 0,7 mm)	54	46	1,17	1,19	$100 \times \left(1 - \frac{1,19}{1,50}\right) = 20$
	56	48	1,17		
	57	47	1,21		
	53	44	1,20		
	59	49	1,20		
Durchgang durch <i>eisernes</i> Resonatorensystem (Dicke d. Drähte = 0,7 mm)	57	51	1,12	1,14	$100 \times \left(1 - \frac{1,14}{1,50}\right) = 24$
	54	48	1,13		
	54	47	1,15		
	55	47	1,17		
	51	45	1,13		
Freie Strahlung	68	46	1,48	1,495	
	77	52	1,48		
	78	52	1,50		
	73	48	1,52		

Zwei hintereinander stehende Gitter.

Freie Strahlung	78	152	0,51	0,52	
	81	155	0,52		
	79	149	0,53		
Durchgang durch <i>kupfernes</i> Resonatorensystem (Dicke d. Drähte = 0,7 mm)	55	154	0,36	0,36	$100 \times \left(1 - \frac{0,36}{0,52}\right) = 35$
	58	159	0,36		
	53	150	0,36		
Durchgang durch <i>eisernes</i> Resonatorensystem (Dicke d. Drähte = 0,7 mm)	48	146	0,33	0,34	$100 \times \left(1 - \frac{0,34}{0,52}\right) = 31$
	51	153	0,33		
	58	160	0,35		
	49	144	0,34		

Fünf hintereinander stehende Gitter.

	<i>a</i>	<i>b</i>	$\frac{a}{b}$	Mittelwert	Schwächung in Proz. der freien Strahlung
Freie Strahlung	128 121 117 123 134	48 45 44 45 50	2,67 2,69 2,66 2,73 2,68	2,69	
Durchgang durch <i>kupfernes</i> Resonatoren- system (Dicke der Drähte = 0,7 mm)	82 70 83 72 76 74	46 40 46 40 42 42	1,79 1,75 1,80 1,80 1,81 1,76	1,785	$100 \times \left(1 - \frac{1,785}{2,68}\right)$ = 34
Durchgang durch <i>eisernes</i> Resonatoren- system (Dicke der Drähte = 0,7 mm)	76 70 69 74 76 80	45 41 42 45 46 47	1,69 1,71 1,64 1,64 1,65 1,70	1,67	$100 \times \left(1 - \frac{1,67}{2,68}\right)$ = 38
Freie Strahlung	119 119 122 116 114	44 45 46 44 42	2,70 2,64 2,66 2,64 2,71	2,67	

Durchgang durch drei eiserne Gitter.

Freie Strahlung	163 160 175	63 62 69	2,59 2,58 2,54	2,57	
Dicke der Eisendrähte = 0,7 mm	165 168 157 166 171 172	91 92 84 90 92 93	1,81 1,83 1,87 1,84 1,86 1,85	1,843	$100 \times \left(1 - \frac{1,843}{2,57}\right)$ = 28,3
Dicke der Eisendrähte = 0,5 mm	161 173 187 179 170 175	88 96 103 99 93 97	1,83 1,80 1,82 1,81 1,83 1,80	1,815	$100 \times \left(1 - \frac{1,815}{2,57}\right)$ = 29,4

Aus den drei ersten Tabellen geht es deutlich hervor, daß sowohl ein einfaches Gitter wie ein aus mehreren Gittern bestehendes Resonatorensystem, dessen Elemente aus *Kupfer* bestehen, die elektrischen Wellen *besser durchläßt* als ein gleiches aus *eisernen* Elementen bestehendes System.¹⁾ Der Unterschied im Schwächungsvermögen, welchen die aus bzw. 0,7 und 0,5 mm dicken Eisendrähten bestehenden Resonatoren-systeme zeigen, ist dagegen, wie aus den einzelnen in der letzten Tabelle vorkommenden Beobachtungen hervorgeht, so gering, daß er innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler fällt. Eine Verkleinerung des Querschnittes der Eisendrähte bei einem Gitter zur Hälfte seiner früheren Größe bewirkte also keine merkbare Veränderung in der Größe der Schwächung.

2. Nach Beendigung der Durchlässigkeitsversuche wurde die von ebenen Gittern *reflektierte* Strahlungsintensität gemessen. Der Erreger und der Empfänger (beide mit parabolischen Reflektoren versehen) waren dabei in der Nähe voneinander so aufgestellt, daß der Einfallswinkel und der Reflexionswinkel

1) Daß das Schwächungsvermögen der aus mehreren Gittern bestehenden Resonatoren-systeme (besonders dasjenige der von drei oder fünf Gittern bestehenden Systeme) in den untersuchten Fällen verhältnismäßig gering war, dürfte teils von mehrfachen inneren Reflexionen zwischen den einzelnen Gittern und teils auch von gewissen Beugungserscheinungen herrühren. Es scheint aber etwas merkwürdig, daß der Unterschied im Schwächungsvermögen zwischen den eisernen und den kupfernen Resonatoren-systemen mit wachsender Anzahl der Gitterelemente nicht merklich zunahm (die durchgehende Strahlung wurde durch das eiserne Resonatoren-system in jedem Falle um etwa 4 Proz. mehr geschwächt als durch das entsprechende kupferne System). Dies läßt sich jedoch eventuell dadurch erklären, daß die Schwächung, welche die durchgehenden mit den Gitterelementen annähernd isochronen Wellen erleiden, zu einem gewissen Teil von einer Interferenzwirkung der von den Gitterelementen emittierten, allerdings (wegen der nahezu geschlossenen Form dieser Elemente) ziemlich schwachen Sekundärwellen herrührt, welche eine gewisse Phasenverzögerung gegen die primären Wellen besitzen. Wenn nämlich die vom ersten Gitter ausgehenden Sekundärwellen die folgenden Gitter treffen, so werden sie bei eisernen Resonatoren-systemen durch Absorption mehr geschwächt als bei kupfernen. Diese größere Schwächung der Sekundärwellen kompensiert also, wenigstens zum Teil, die in den eisernen Resonatoren stattfindende größere Absorption der primären Wellen.

11° betrug und der elektrische Vektor der Wellen zur Einfallsebene senkrecht war. Durch Benutzung des Empfängertrichters *U* (Fig. 2), sowie des Rohres *A* (Fig. 2) wurde Sorge dafür getragen, daß Beugungen und fremde Reflexionen möglichst beseitigt waren.¹⁾ Gleichwie der Spiegel bei gewöhnlichen Reflexionsversuchen, mußte das reflektierende Gitter von großen Dimensionen im Verhältnis zur Wellenlänge sein. Die kreisförmigen Elemente des Gitters waren auf die ebene Fläche eines 80 cm hohen und 60 cm breiten, aus Pappe gemachten Gestelles gleichmäßig verteilt. Um die reflektierte Intensität in Prozenten der direkten Strahlung ausdrücken zu können, wurde die vom Gitter reflektierte Intensität mit der von einem gleich großen ebenen Stanniolspiegel „total“ reflektierten Intensität verglichen. Die Beobachtungen sind in den folgenden zwei Tabellen zusammengefaßt.

Einfaches Gitter.

	<i>a</i>	<i>b</i>	$\frac{a}{b}$	Mittelwert	Reflexion in Proz. der freien Strahlung
Total reflektierte Strahlung	157 159 167	67 67 70	2,34 2,37 2,39	2,37	
Reflexion von <i>kupfernem</i> Gitter (Dicke der Drähte = 0,7 mm)	27 27 28 26	62 62 63 60	0,44 0,44 0,44 0,43	0,44	$100 \times \frac{0,44}{2,37} = 19$
Reflexion von <i>eisernem</i> Gitter (Dicke der Drähte = 0,7 mm).	26 26 24 24,5	65 66 63 65	0,40 0,39 0,38 0,37	0,385	$100 \times \frac{0,385}{2,37} = 16$
Reflexion von <i>eisernem</i> Gitter (Dicke der Drähte = 0,5 mm).	23 25 25	60 65 65	0,39 0,38 0,38	0,38	$100 \times \frac{0,38}{2,37} = 16$

1) Eine nähere Beschreibung der Versuchsanordnungen findet sich in der oben (p. 33) zitierten Abhandlung.

Einfaches „dichtes“ Gitter.

	<i>a</i>	<i>b</i>	$\frac{a}{b}$	Mittelwert	Reflexion in Proz. der freien Strahlung
Total reflektierte Strahlung	56	43	1,30		
	57	44	1,30		
	56,5	43	1,31	1,30	
Reflexion von <i>kupfernem</i> Gitter (Dicke der Drähte = 0,7 mm)	24,5	46	0,53		
	27	49	0,55		
	26	45	0,58		
	27	50	0,54		
	20	37	0,54		
	24	44	0,55	0,55	$100 \times \frac{0,55}{1,30} = 42$
Reflexion von <i>eisernem</i> Gitter (Dicke der Drähte = 0,7 mm)	21,5	44	0,49		
	19	41	0,46		
	24	48	0,50		
	20	41	0,49		
	19	39	0,49	0,49	$100 \times \frac{0,49}{1,30} = 38$

Ein *kupfernes* Gitter reflektiert also die elektrischen Wellen merklich besser als ein gleiches aus *eisernen* Elementen bestehendes System. Die Ursache zu der früher beobachteten geringeren Durchlässigkeit des Eisengitters kann also nicht in einem größeren Reflexionsvermögen liegen. Wenigstens bei einem Eisengitter sind die Durchlässigkeit und das Reflexionsvermögen zueinander nicht komplementär, indem ein nicht zu vernachlässigender Teil (bei den obigen Versuchen wenigstens 7 Proz.) der auffallenden Strahlungsintensität konsumiert wird, ohne durchgelassen oder reflektiert zu werden.¹⁾

1) Aus einem (allerdings mit Vorbehalt angestellten) Vergleich der mit *kupfernen* Gittern erhaltenen Durchlässigkeits- und Reflexionskurven schien hervorzugehen, daß auch bei einem aus 0,7 mm dicken *kupfernen* Elementen bestehenden Gitter eine merkliche Energiekonsumption vorkommt (vgl. die auf p. 33 zitierte Abb.). Das Maximum dieser Konsumption, die hauptsächlich von einer im Gitter stattfindenden seitlichen Energiezerstreuung und nur zu einem sehr geringen Teil von einer Umwandlung in Joulesche Wärme herrühren dürfte, war im Verhältnis zu der Eigenperiode der als isoliert gedachten Gitterelemente etwas nach der Seite der *längeren* Wellen hin verschoben.

Ebensowenig wie bei den Durchlässigkeitsversuchen, bewirkte eine Verkleinerung des Querschnittes der Eisendrähte zur Hälfte seiner früheren Größe (von $0,39 \text{ mm}^2$ zu $0,20 \text{ mm}^2$) eine merkbare Veränderung in der Größe der reflektierten Intensität.

Die von den eisernen Resonatoren ausgeübte größere Absorption konnte also nicht so viel von dem Leitungswiderstande als von der Magnetisierbarkeit des Eisens herrühren. Es ist dies eine direkte Bestätigung der in der Einleitung erwähnten Schlußfolgerung, daß die Eisenmoleküle nach so schnellen Schwingungen wie den Hertzschen Oszillationen zu folgen vermögen.

Versuche über die Reflexion an ebenen Eisenspiegeln.

1. Es wurden zwei 71 cm hohe und 61 cm breite Spiegel aus Kupfer bzw. weichem Eisen hergestellt. Sie bestanden beide aus ca. 1 mm dicken, an der Oberfläche je eines Zeichenbrettes befestigten, ausgehämmerten Blechen.

Die Versuchsanordnung war dieselbe wie bei den oben beschriebenen Versuchen über die Reflexion an ebenen Gittern. Die beiden Metallscheiben wurden abwechselnd als Spiegel benutzt und die reflektierte Strahlungsintensität durch eine große Anzahl Galvanometerablesungen gemessen.

Während der Eisenspiegel von Anfang an fast vollständig eben war, zeigte die Kupferscheibe bei den ersten Versuchen im ganzen eine geringe Konkavität nach der einen Seite und eine entsprechende Konvexität nach der anderen Seite (die größte Abweichung von der ebenen Form betrug kaum 1 mm). Die beiden Oberflächen der Kupferscheibe wurden deshalb zunächst abwechselnd als reflektierende Flächen benutzt, und es zeigte sich dabei, daß die erwähnte geringe Abweichung von der ebenen Form schon einen merkbaren Einfluß auf die gemessene reflektierte Intensität ausübte, indem die „konvexe“ Oberfläche *B* bei einem Abstand von 160 cm zwischen Spiegel und Meßresonator eine ein wenig geringere Wirkung ergab als die „konkave“ Fläche *A*. Die Ergebnisse (Mittelwerte) dieser Messungen mit Angabe der wahrscheinlichen Fehler sind in der folgenden Tabelle in derjenigen Ordnung zusammengestellt,

in der die Messungen ausgeführt wurden. Sowohl der Erreger wie der Meßresonator war bei diesen Versuchen senkrecht zur Einfallsebene. Der Einfallswinkel betrug 22° .

Versuch	Spiegel	Reflektierte Intensität
I	Eisen	$0,98 \pm 0,006$
II	Kupfer, Fläche A	$1,03 \pm 0,006$
III	Eisen (in umgekehrter Lage gegen I)	$0,96 \pm 0,007$
IV	Kupfer, Fläche B	$0,97 \pm 0,008$
V	Eisen (wie in III)	$0,99 \pm 0,008$
VI	Kupfer, Fläche A	$1,02 \pm 0,008$
VII	Kupfer, Fläche B	$0,95 \pm 0,009$

Die vom Eisenspiegel reflektierte Intensität betrug also im Mittel **0,977** und die vom Kupferspiegel reflektierte **0,993**. Der Unterschied **0,016**, der nur 1,6 Proz. beträgt, liegt innerhalb der Fehlergrenzen.

2. Die Kupferscheibe, welche bisher nur an ihren Rändern an der Oberfläche des Zeichenbrettes befestigt war, wurde jetzt durch Einschlagen von einer Anzahl Nägelchen möglichst eben gemacht (die Scheibe zeigte dann keine merkbare Ausbuchtung mehr). Nur die eine ihrer Oberflächen konnte also bei den folgenden Versuchen als reflektierende Fläche dienen. Die Ergebnisse der bei verschiedenen Einfallswinkeln ausgeführten Messungen sind in der folgenden Tabelle p. 42 enthalten. Der elektrische Vektor der Wellen war auch bei diesen Versuchen *senkrecht zur Einfallsebene*.

Obwohl die Abweichungen $100 \times (i_2 - i_1)/i_2$ sämtlich positiv sind, was auf eine merkliche Absorption im Eisen deutet, sind sie andererseits von so geringer Größe, daß man sie sehr wohl auf Versuchsfehler zurückführen kann. Aus den beim Einfallswinkel 10° ausgeführten Messungen, die auch die genauesten sind, geht es in der Tat hervor, daß es wenigstens bei diesem Einfallswinkel auf einer Zufälligkeit beruht, daß der Mittelwert i_2 ein wenig größer als i_1 ist. *Falls ein Eisenspiegel die Hertzschen Wellen überhaupt merklich schwächer reflektiert als ein Kupferspiegel, so scheint dieser Unterschied im Reflexionsvermögen jedenfalls kleiner als etwa 2 Proz. zu sein.*

Einfallswinkel	Eisen		Kupfer		Abweichung $i_2 - i_1$ in Proz. von i_1
	$a : b$	Mittelwert i_1	$a : b$	Mittelwert i_2	
10°			0,84 ± 0,005		
"	0,85 ± 0,005		0,87 ± 0,006		
"	0,86 ± 0,005		0,86 ± 0,005		
"	0,84 ± 0,006		0,85 ± 0,005		
"	0,84 ± 0,005		0,85 ± 0,005		
"	0,86 ± 0,006	0,850		0,854	+0,5 %
28°	1,56 ± 0,009		1,60 ± 0,007		
"	1,57 ± 0,009	1,565	1,60 ± 0,011	1,600	+2,2 %
45°			0,92 ± 0,004		
"	0,90 ± 0,004		0,93 ± 0,007		
"	0,91 ± 0,012	0,905		0,925	+2,2 %
45°	1,12 ± 0,010		1,12 ± 0,009		
"	1,13 ± 0,013	1,125	1,15 ± 0,020	1,135	+0,9 %

3. Bei einem Einfallswinkel von 45° wurde noch die reflektierte Intensität in dem Falle gemessen, daß die elektrische Kraft der Wellen zur *Einfallsebene parallel* war. Wie aus der folgenden Tabelle hervorgeht, war auch dann das Reflexionsvermögen vom Material des Spiegels nicht merkbar abhängig.

Eisen		Kupfer		Abweichung $i_2 - i_1$ in Proz. von i_2
$a : b$	Mittelwert i_1	$a : b$	Mittelwert i_2	
0,58 ± 0,005		0,60 ± 0,006		
0,59 ± 0,002	0,585	0,59 ± 0,007	0,595	+1,7 %

Es ist immerhin auffallend, daß die Abweichung $i_2 - i_1$ auch jetzt positiv ist.

4. Für die Reflexion elektromagnetischer Wellen an Metallen und Halbleitern bei senkrechter Inzidenz hat man auf theoretischem Wege folgende Formel aufgestellt¹⁾:

$$r = 1 - 2 \sqrt{\frac{\mu}{\sigma c^2 T}}.$$

Hierin bezeichnet r das Verhältnis der (zu dem Quadrat der Amplitude proportionalen) Intensität der reflektierten Wellen zu der der einfallenden, μ die Permeabilität oder Magnetisierungskonstante des reflektierenden Mittels, σ die spezifische Leitfähigkeit desselben, c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in Luft und T ihre Schwingungsdauer. Bei den obigen Versuchen war die Wellenlänge $cT = 26$ cm. Die spezifische Leitfähigkeit des Eisens kann annähernd $= 1,1 \times 10^{-4}$ C.G.S.-Einh. gesetzt werden (vorausgesetzt, daß der gewöhnliche Wert der Leitfähigkeit auch für Hertzsche Schwingungen gilt), während die Permeabilität des Eisens für Hertzsche Schwingungen nach Klemenčič (vgl. die Einleitung, p. 31) von der Größenordnung 100 ist. Mit Benutzung dieser Werte findet man für das Reflexionsvermögen des Eisens bei senkrechter Inzidenz den Wert $r = 0,998$, d. h. die Absorption im Eisen würde nur ca. 0,2 Proz. betragen. Eine Absorption von 2 Proz. (größer kann sie nach den obigen Versuchen jedenfalls nicht sein) würde einer Magnetisierungskonstante $= 8580$ entsprechen, welcher Wert schon von einer ganz anderen Größenordnung als der von Klemenčič angegebenen ist. Unter gewöhnlichen statischen Verhältnissen erreicht allerdings die Permeabilität des Eisens bisweilen einen Wert von dieser Größe (unter Umständen sogar noch größere Werte), aber die von mir bei einem Einfallswinkel von 10° (nur auf kleine Einfallswinkel — eigentlich senkrechte Inzidenz — kommt es ja hier an) ausgeführten Messungen sprechen doch lieber zugunsten eines viel kleineren Wertes. Die von Klemenčič angegebene Größenordnung der Permeabilität des Eisens für Hertzsche Wellen scheint also nach den obigen Versuchen als ziemlich wahrscheinlich, obwohl diese Versuche die Möglichkeit eines wesentlich größeren Wertes nicht ausschließen.

1) Vgl. P. Drude, Phys. d. Äthers p. 574. 1894.

Falls man es nicht als eine Zufälligkeit betrachtet, daß sämtliche Mittelwerte i_2 (vgl. p. 42) ein wenig größer als die Mittelwerte i_1 sind, so kann man sich vorstellen, daß das Absorptionsvermögen eines Eisenspiegels bei größeren Einfallswinkeln wesentlich größer ist als bei kleinen. Die obigen Versuche lassen jedenfalls eine solche Möglichkeit zu. Wie es sich hiermit in Wirklichkeit verhält, dürfte durch direkte Intensitätsmessungen (mit den jetzigen experimentellen Hilfsmitteln) kaum entschieden werden können.

Nachtrag bei der Korrektur. Mit Hilfe eines großen (von Hartmann & Braun A.-G. gelieferten) Elektromagneten habe ich neulich versucht, ob die Hertz'schen Wellen (von der halben Wellenlänge 8 cm) eine dem Kerr'schen Phänomen analoge Erscheinung zeigen würden. Weder in dem Falle, daß die magnetischen Kraftlinien zu der Oberfläche der reflektierenden Eisenscheibe senkrecht waren, noch wenn sie zu ihr parallel waren, konnte ich aber auch nur eine Spur von einer Einwirkung der Magnetisierung beobachten. Dies steht auch im Einklang mit Versuchen von Ingersoll¹⁾, nach denen der Kerreffekt beim Stahl im infraroten Spektrum ein Maximum für die Wellenlänge 1μ hat, wonach er mit wachsender Wellenlänge abnimmt (im sichtbaren Spektrum nimmt bekanntlich der Kerreffekt mit wachsender Wellenlänge zu).

Ein Überziehen der Eisenscheiben mit Stanniol bewirkte keine merkbare Veränderung in der Intensität der reflektierten Strahlung. Der Einfallswinkel betrug bei diesen Versuchen 45—55°.

Helsingfors, Physik. Laboratorium d. Univers.

1) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. Januar 1906.

(Eingegangen 17. Mai 1913.)

3. *Über Ionenadsorption an fallenden Tropfen und Stahlkugeln; von Rudolf Lehnhardt.*

(Auszug aus der Berliner Dissertation unter Berücksichtigung späterer Versuche.)

Schon vor längerer Zeit hatte A. Schmauss¹⁾ in diesen Blättern eine Untersuchung über die Adsorption von Ionen durch fallende Wassertropfen veröffentlicht. Nach dieser Arbeit findet in einem durch Röntgenstrahlen ionisierten Gase eine erheblich stärkere Adsorption der schneller beweglichen Ionen statt, d. h. also in Luft der negativen Ionen. Dieses Ergebnis stand im Einklang mit früheren Arbeiten von Zeleny²⁾, nach denen von einem durch Röntgenstrahlen ionisierten Luftstrom an einen Leiter zunächst überwiegend negative Ionen abgegeben werden, so daß der Luftstrom bei weiterem Fortschreiten relativ reicher an positiven Ionen wird. Nach der Vorstellungsweise, die man sich mit Ebert³⁾ von dem Mechanismus des Adsorptionsvorganges machen kann, ist diese Erscheinung ohne weiteres verständlich: ein Ion in der Nähe einer ungeladenen leitenden Wand bewirkt auf dieser eine Influenzladung und bewegt sich auf sie zu. Dies wird um so schneller vor sich gehen, je leichter beweglich das Ion ist, und wenn in jedem Augenblick gleich viel positive wie negative Ionen zur Verfügung stehen, werden die leichter beweglichen auch in größerer Zahl an die Wand herantreten als die langsameren. Die Zahlen der adsorbierten Ionen müssen danach in ungefähr demselben Verhältnis stehen wie ihre Beweglichkeiten.

1) A. Schmauss, Ann. d. Phys. 9. p. 224. 1902.

2) J. Zeleny, Phil. Mag. 46. p. 120. 1898.

3) H. Ebert, Jahrb. d. Elektronik 3. p. 61. 1906.

Nach dieser Überlegung sind die Schmauss'schen Ergebnisse in qualitativer Hinsicht durchaus verständlich. Als aber R. Seeliger¹⁾ eine Neuuntersuchung der Verhältnisse vornahm, wurde er bezüglich der Größe des zu beobachtenden Effektes zu ganz anderen Resultaten geführt. Prinzip der Untersuchung ist bei beiden Autoren folgendes: aus einem Tropfgefäß fallen die Wassertropfen durch einen ionisierten Raum und werden in einem mit dem Elektrometer verbundenen Gefäß aus Metall aufgefangen. Auffangegefäß und Fallstrecke befinden sich in einem als elektrostatischer Schutz wirkenden größeren Metallgefäß. Zum Unterschied von Schmauss arbeitete Seeliger mit isoliertem Tropfgefäß und bei *dauernder* Bestrahlung, während Schmauss sein Tropfgefäß geerdet hatte und erst *nach* dem Abstellen der Röntgenröhre beobachtete. Seeliger fand auch einen geringen Überschuß negativer Ionen, aber weit weniger als Schmauss. Nach Seeliger wurden durch einen Tropfen nur ungefähr 0,5 Proz. der in der Fallstrecke befindlichen Ionen adsorbiert. Schmauss hatte einen etwa 1000 mal größeren Wert gefunden.

Die vorliegende Arbeit knüpft an die Untersuchung Seeligers an. Als elektrostatischer Schutz diente ein zylindrisches Blechgefäß von 1,30 m Höhe und 65 cm Durchmesser in seinem unteren Teil (s. Fig. 1). In ihm befand sich das Auffangegefäß ebenfalls aus Blech bestehend. In seinen Deckel war ein nach unten führendes Rohr schräg eingelötet, damit die Tropfen in ihm an zu starkem Verspritzen gehindert wurden. Das Auffangegefäß stand auf drei kurzen Bernsteinsäulen und war durch eine sorgfältig elektrostatisch geschützte Leitung mit dem einen Quadranten eines Elektrometers nach Dolezalek verbunden. Sämtliche Isolationen waren aus Bernstein gefertigt. Durch ein in den Deckel der Schutzhülle eingelötetes, kurzes Messingrohr ragte die Spitze des isoliert aufgestellten Tropfgefäßes. Die Tropfenzahl konnte durch einen Hahn reguliert werden. Dieser Hahn war ungefettet. Die Röntgenstrahlen drangen durch eine in mittlerer Höhe des Blechkastens angebrachte weite Öffnung in das Innere desselben ein. Es wurde aber zum Unterschied von Seeliger dafür

1) R. Seeliger, Ann. d. Phys. 31. p. 500. 1910; 33. p. 431. 1910.

Sorge getragen, daß die Fallstrecke der Tropfen nicht von den Röntgenstrahlen getroffen wurde. Dies wurde dadurch erreicht, daß die Strahlen durch ein dickwandiges, weites Bleirohr so tief in das Innere des Kastens geleitet wurden, daß die Tropfenstrecke für direkte Strahlen nicht erreichbar war. Um auch noch die Wirkung der Sekundärstrahlen zu vermeiden, war (nach Barkla¹⁾) die von den direkten Strahlen

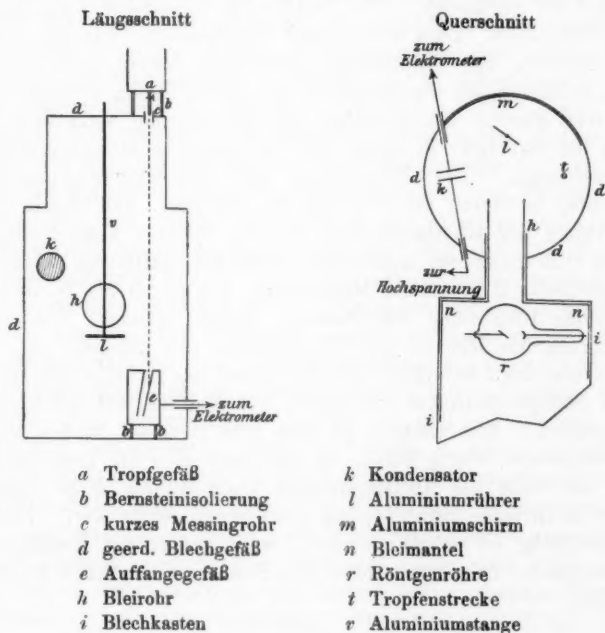


Fig. 1. Versuchsanordnung zu Teil I.

getroffene Partie der Schutzhülle mit einem starken Aluminiumblech ausgekleidet. Ein Rührer im Strahlengang sorgte für eine gleichmäßige Durchmischung der Luft in dem ganzen Raum. Die Flügel des Rührers, sämtliche Befestigungsteile und die nach außen führende, mit der Achse eines kleinen

1) C. G. Barkla, Phil. Mag. 22. p. 396. 1911.

Motors gekoppelte Stange, waren gleichfalls aus Aluminium gefertigt. Symmetrisch zur Fallstrecke in bezug auf das eingeführte Bleirohr war in ungefähr halber Höhe des Kastens ein Kondensator aus zwei dünnen Aluminiumplatten von 10 cm Durchmesser angebracht. Die Entfernung der Platten konnte meßbar verändert werden, und eine von ihnen war durch eine sorgfältig elektrostatisch geschützte Leitung mit dem Elektrometer zu verbinden. Alle Isolationen bestanden auch hier aus Bernstein. Zum Unterschied von Seeliger war also eine Bestrahlung der Tropfstrecke vermieden worden, und durch den Rührer sollte die Ionisation im ganzen Raum gleichmäßig verteilt werden. Röntgenröhre und Induktorium befanden sich wie bei Seeliger in einem mit Blei ausgekleideten, geerdeten Blechkasten. Die Vermeidung der Bestrahlung fallender Tropfen ist durch die Überlegung begründet, daß durch die Wirkung der Röntgenstrahlen an den Tropfen unkontrollierbare Störungen des Adsorptionsvorganges stattfinden können. Man denke z. B. an die Möglichkeit, daß durch die Röntgenstrahlen Elektronen frei gemacht werden können. Die Anbringung des Rührers als Ionenverteiler war geboten, da die Messung der Ionendichte ohne Tätigkeit des Rührers mit Hilfe des Sättigungsstromes im Innern des Kastens und mit einem beweglichen Kondensator an den verschiedenen Stellen ganz verschiedene Werte ergab, so daß man also die Ionendichte in der Nähe des Auffangegefäßes ohne Rührer nicht gleich der im direkten Strahlengang gemessenen setzen darf. Diese Bemerkung ist von Wichtigkeit, wenn später die Ergebnisse vorliegender Arbeit mit denen von Seeliger verglichen werden sollen.

Gang der Versuche von Teil I und Berechnung derselben.

Bei Ausführung der Versuche machen sich drei Nebenumstände störend bemerkbar, die sich dem eigentlichen Adsorptionsvorgang überlagern, und die also eliminiert werden müssen. Es sind dies der Abtropfeffekt, durch den die Tropfen schon eine gewisse Anfangsladung mitbekommen, der *Lenard-effekt*¹⁾, der beim Aufschlagen der Tropfen auf ein Hindernis

1) Ph. Lenard, Wied. Ann. 46. p. 584. 1892.

entsteht und der Zerstreuungseffekt, der darauf beruht, daß das Auffangegefäß schon eine geringe Potentialdifferenz gegen die Umgebung hat, die sich beim Vorhandensein von Ionen insofern störend bemerkbar macht, als durch sie das Gefäß je nach dem Sinn der Potentialdifferenz seine Ladung ändern kann. Seeliger hatte gefunden, daß der Fehler beim Abtropfen abhängig ist von dem Material der Tropfspitze und dem der nächsten Umgebung. Der Effekt ist außerordentlich empfindlich gegen geringe Änderungen an der Tropfspitze, z. B. Abwischen derselben mit Watte. Er ist vorhanden bei geerdetem Gefäß und geerdeter Umgebung. Es sei nur bemerkt, daß Seeliger die Verschiedenheit seiner Ergebnisse von den Schmausschen auf diese Fehlerquelle zurückführt. Infolge der außerordentlichen Veränderlichkeit des Effektes ist es schwer, ihn konstant zu erhalten. Ist aber Tropfspitze und Umgebung schon genügend gealtert, und ist die Tropfgeschwindigkeit immer dieselbe, dann kann er wenigstens während einer Messung als unveränderlich betrachtet werden. Wird mit isoliertem Tropfgefäß gearbeitet, dann wird die dem Auffangegefäß nur von dem Abtropfeffekt zugeführte Ladung mit wachsender Zeit geringer und nähert sich schließlich dem Werte Null asymptotisch.¹⁾ Dabei ist der Lenardeffekt als konstant vorausgesetzt, wenn die Tropfen in immer derselben Weise auftreten. Dies ist durch frühere Untersuchungen bestätigt. Setzt man den Tropfapparat bei nicht ionisierter Luft in Gang und beobachtet die durch das Elektrometer angezeigte Aufladung in einer gewissen Zeit, dann kann man diese Aufladung als durch Abtropf- und Lenardeffekt *gemeinsam* hervorgebracht, besonders ermitteln. Die Veränderlichkeit der Ladung beim Abtropfen ist in vorliegender Arbeit noch auf andere Weise umgangen worden, indem nämlich das Tropfgefäß auf so hohe Potentiale aufgeladen wurde, daß die Anfangsladung der Tropfen groß war gegen die Aufladung, die allein durch das Abtropfen hervorgebracht werden konnte. Gewiß erhält dadurch der Tropfen eine stärkere Ladung, und

1) In einer neueren Untersuchung von Koloman von Bernolák, Ann. d. Phys. 39. p. 497. 1912, ist die Abhängigkeit des Abtropfeffektes von der Ausbildungsgeschwindigkeit der primären und sekundären Tropfen gezeigt worden.

der Adsorptionsvorgang ist nicht mehr unter dem Gesichtspunkt zu betrachten, daß der Tropfen ungeladen ist und die Anziehung durch elektrische Spiegelung der Ladung eines Ions stattfindet. Aber eine gewisse, wenn auch noch so kleine Ladung wird der Tropfen immer haben. Dabei muß aber die Verschiedenheit in der Adsorption der Ionen noch schärfer hervortreten als bei völlig ungeladenen Tropfen, denn alle wirksamen Kräfte sind nur vergrößert worden. Wenn eine Verschiedenheit in der Adsorption der Ionen überhaupt vorhanden ist, begründet in der Verschiedenheit ihrer Beweglichkeit, dann muß dieser Unterschied auch dann hervortreten, wenn der Tropfen einmal negativ geladen ist und positive Ionen an sich heranzieht oder wenn er dieselbe positive Ladung hat und negative Ionen adsorbiert. Die Adsorption negativer Ionen müßte größer sein.

Es muß noch die dritte Fehlerquelle, der Zerstreuungseffekt, eliminiert werden. Er tritt nur auf, sobald ionisiert ist und äußert sich in einer gewissen Ladung, die das Auffanggefäß schließlich anzeigt, wenn keine Tropfen fallen. Diese „erste Ruhelage“ der Elektrometernadel wird nach einiger Zeit erreicht und mit ihr ist auch zugleich die Fehlerquelle angegeben.

Bei der Ausführung eines Versuchs war nach der Isolationsprüfung zunächst Abtropfeffekt + Lenardeffekt zu bestimmen. Es geschah dies, indem am Elektrometer abgelesen wurde, in welcher Zeit sich das System:

Auffanggefäß + Elektrometer und Zuleitungen auf ein bestimmtes Potential aufgeladen hatte. Die Kapazität des erwähnten Systems war mit dem Harmsschen Kondensator durch Ladungsteilung zu 92 cm bestimmt worden. In den meisten Fällen aber wurde noch eine Kapazität von 1000 cm zugeschaltet, damit bei großer Anfangsladung der Tropfen die Aufladung nicht zu rasch vor sich ging. Noch ein weiterer Grund wird unten mitgeteilt. Es konnte also ohne weiteres abgelesen werden, um wieviel Skalenteile des Elektrometers pro Minute eine Aufladung nur aus Abtropf- und Lenardeffekt zugeführt wurde.

Sodann wurde die Röntgenröhre in Betrieb gesetzt. Schon vorher war die erste Ruhelage ermittelt worden. Jetzt stellte

sich die Nadel alsbald in eine „zweite Ruhelage“ ein, die dem stationären Zustand entsprach, in dem das Auffangegefäß ebensoviel Ladung durch Ionenleitung verlor als ihm durch die Tropfen zugeführt wurde. Um die Größe der zugeführten Ladung zu bestimmen, wurde eine Zerstreungskurve aufgenommen, d. h. das Auffangegefäß erhielt eine Ladung von ungefähr ± 1 Volt und von 10 zu 10 Sekunden wurde das Abklingen dieser Ladung beobachtet. Ein Beispiel bietet die umstehende Kurve (Fig. 2). Sodann wurde der Punkt der Kurve aufgesucht, der das Potential des stationären Zustandes anzeigte. In diesem Punkt wurde an die Kurve eine Tangente gelegt und auf graphische Weise festgestellt, um wieviel Skalenteile pro Minute an dem betrachteten Punkt eine Aufladung erfolgte, d. h. also dv/dt für eine Minute in Skalenteilen. Die Differenz zwischen diesem Werte und dem oben für Abtropf- und Lenardwirkung allein festgestellten Betrag liefert die Aufladung in Skalenteilen pro Minute nur als Wirkung der Adsorption. Die Zahl der Tropfen pro Minute war natürlich bekannt und ebenso die ungefähre Größe der Tropfen. Letztere wurde durch Wägen einer bestimmten Tropfenzahl unter der Annahme kugelförmiger Gestalt ermittelt. Es war also möglich, die auf einen Tropfen entfallende Zahl adsorbierter Ionen zu bestimmen und diese Zahl mit der Gesamtzahl der Ionen in Vergleich zu bringen, die sich in dem von einem Tropfen durchfallenen Raum befanden. Es sei noch bemerkt, daß die Aufladung in einer bestimmten Zeit während des stationären Zustandes auch dadurch hätte festgestellt werden können, daß man den Strom zwischen Auffangegefäß und geerdeter Hülle berechnete. An ersterem lag das am Elektrometer abgelesene Potential, an der Hülle das Potential Null. Der Widerstand zwischen beiden konnte nach der Beziehung:

$$w = \frac{1}{c} \frac{t}{\ln v_1 - \ln v_2}$$

aus der Zerstreungskurve ermittelt werden. c ist die Kapazität des Gefäßes, t die Zeit, in der das Potential von dem Wert v_1 auf den Wert v_2 sinkt. Die zuerst angegebene Methode ist aber sicherer, da in der zweiten die Behandlung des Luftwiderstandes als Ohmschen Widerstand einige Bedenken hat.

Die Aufnahme der Zerstreuungskurve machte die Zuschaltung einer größeren Kapazität zum Auffangegefäß sehr wünschens-

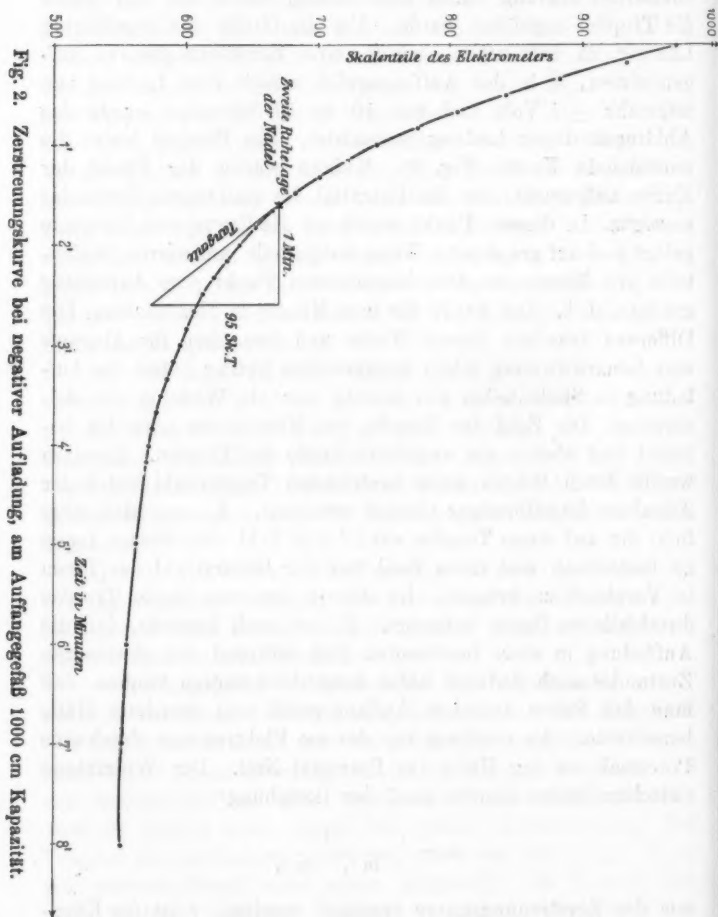


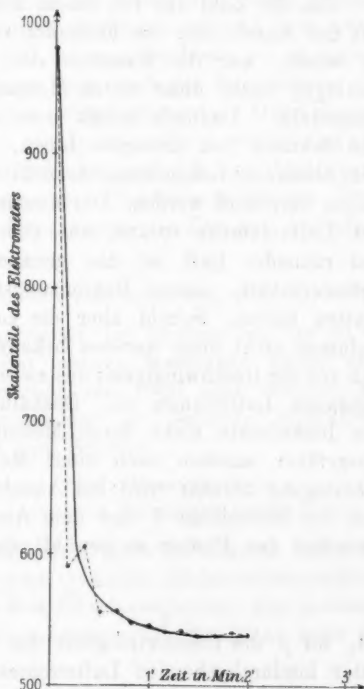
Fig. 2. Zerstreuungskurve bei negativer Aufladung, am Auffangegefäß 1000 cm Kapazität.

wert, da bei geringer Kapazität die Entladung schon in wenigen Sekunden erfolgte, so daß diese Entladungszeit in die Größenordnung der Schwingungsdauer der Elektrometernadel fiel.

Der eigentlichen Zerstreuungskurve waren dann die periodischen Schwingungen der Nadel überlagert, und wenn auch aus dieser Kurve nach dem beigefügten Bild (Fig. 3) die gesuchte gefunden werden kann, so erschien es doch besser, den genannten Nachteil ganz durch Zuschaltung einer Kapazität von 1000 cm zu beseitigen. Dann nämlich ist die Schwingungsdauer klein gegen die Entladezeit und macht sich gar nicht störend bemerkbar.

Die Berechnung der Ladung eines Tropfens ist nach dem Vorhergehenden äußerst einfach. Aus Abtropf- + Lenardeffekt werde dem auffangenden System von der Kapazität C (1092 cm) eine Aufladung von a Skalenteilen pro Minute zugeführt. Die Zerstreuungskurve ergibt an der Stelle des stationären Zustandes eine Aufladung pro Minute von b Skalenteilen. Dann entfallen auf Adsorption $a - b = d$ Skt.

Fallen ferner pro Minute q Tropfen, dann entfällt auf einen Tropfen die Ladung: $d/q = f$ Skt. Aus der bekannten Empfindlichkeit des Elektrometers (478 Skt. auf $\pm 1,1$ Volt nach beiden Seiten), der Kapazität des auffangenden Systems, der Elektrizitätsmenge eines Ions ($1,63 \cdot 10^{-19}$ Coul.) konnte die Zahl n



Zerstreuungskurve bei negativer Aufladung ohne zugeschaltete Kapazität am Auffanggefäß.

Fig. 3.

der adsorbierten Ionen pro Tropfen berechnet werden nach dem Schema:

$$n = \frac{\text{Aufladung (Volt)} \times \text{Kapazität (Farad)}}{\text{Zeit (sec)} \times \text{Ladung des Elementarquantums (1,63 \cdot 10^{-19} \text{ Coul.})}}$$

Um die Zahl der von einem Tropfen adsorbierten Ionen mit der Anzahl der im Fallraum vorhandenen in Beziehung zu setzen, war die Kenntnis der Ionendichte erforderlich. Seeliger hatte diese durch Messung des Sättigungsstromes festgestellt. Dadurch erhält man die pro Kubikzentimeter und Sekunde neu erzeugten Ionen, und aus dieser Zahl und dem bekannten Rekombinationskoeffizienten kann erst die Ionendichte berechnet werden. Die Messung setzt aber die Kenntnis des Luftvolumens voraus, aus dem die Ionen herkommen. Bei ruhender Luft ist das genannte Volumen gleich dem Zylinderinhalt, dessen Begrenzungsflächen die Kondensatorplatten bilden. Sobald aber die Luft bewegt wird, ist das Volumen nicht ohne weiteres bekannt, sondern hängt wesentlich von der Geschwindigkeit des zwischen den Platten hindurchgehenden Luftstromes ab. Deshalb wurde die Bestimmung der Ionendichte nicht durch Messung des Sättigungsstromes ausgeführt, sondern nach einer Methode, die auf folgender Überlegung beruht: wird bei Annahme quadratischer Platten von der Seitenlänge b und dem Abstand r die Feldstärke \mathcal{E} zwischen den Platten so gewählt, daß

$$\frac{b}{p} < \frac{r}{v \cdot \mathcal{E}}$$

ist, wo p die Geschwindigkeit des quer durch den Kondensator hindurchgehenden Luftstromes bedeutet und v die Beweglichkeit der negativen Ionen, dann ist das pro Zeiteinheit zwischen den Platten hindurchgeführte Volumen, aus dem alle Ionen entfernt werden:

$$V = \mathcal{E} \cdot v \cdot b^3.$$

Diese Formel läßt die Unabhängigkeit des genannten Volumens von der Luftgeschwindigkeit p erkennen, sofern nur die obige Bedingung erfüllt ist. Für kreisförmige Platten hat b einen mittleren Wert:

$$b = \frac{4R}{\pi}.$$

Die Breite der Platten ist $2R$. Dann ist

$$V = \mathcal{E} \cdot v \cdot b \cdot 2R \text{ für negative Ionen,}$$

bzw.

$$V = \mathcal{E} \cdot u \cdot b \cdot 2R \text{ für positive Ionen.}$$

Bei einem Plattendurchmesser von 10 cm und einem Abstand von 3,5 cm und einer Potentialdifferenz von 51 Volt würde die Bedingung aussagen, daß für negative Ionen $p > 40$ cm/sec. sein muß. Diese Bedingung kann nach der Beobachtung eingblasenen Rauches als erfüllt betrachtet werden. Das Volumen, aus dem in einer Sekunde alle Ionen entfernt werden, ist also bekannt, und es ist nur noch die Zahl der aus ihm herausgeholtten Ionen zu bestimmen, um die Dichte zu kennen. Diese Bestimmung wurde ausgeführt, indem die Zeit der Aufladung des Systems:

Platte (die mit dem Elektrometer verbunden war) + Elektrometer gemessen wurde. Die Kapazität des Systems war zu 85 cm bestimmt worden. Bei den meisten Messungen wurde aber noch eine geeignete Kapazität von 1000 oder 2000 cm zugeschaltet. Die Berechnung der pro Sekunde zugeführten Ionenzahl geschieht nach dem Schema:

$$\text{Ionenzahl} = \frac{\text{Aufladung (Volt)} \times \text{Kapazität (Farad.)}}{\text{Zeit (sec.)} \times \text{Ladung des Elementarquantums (Coul.)}}$$

Statt die Zeit der Aufladung einer bestimmten Kapazität zu messen, wurde auch noch zwischen Elektrometerquadrant und Erde ein Bronsonwiderstand eingeschaltet, der jedesmal durch Feststellung der Entladezeit einer Kapazität nach der Beziehung:

$$w = \frac{t}{c \cdot \ln r_1 - \ln r_2}$$

ermittelt wurde. Der zwischen Quadrant und Erde fließende Strom konnte dann aus der am Elektrometer abgelesenen Potentialdifferenz und dem Widerstande w berechnet werden und aus der Stromstärke die Zahl der beteiligten Ionen. Beide Methoden lieferten recht gute Übereinstimmung.

Als Ionendichte ergab sich der ungefähre Wert

$$1,0 \cdot 10^5 \frac{\text{Ionen}}{\text{cm}}$$

Ergebnisse von Teil I.

Die meisten Versuche wurden mit gewöhnlichem Leitungswasser ausgeführt. War das Tropfgefäß isoliert, dann ergab sich als Mittel mehrfacher Versuche für die Zahl der von einem Tropfen adsorbierten negativen Ionen $1,2 \cdot 10^6$. In dem von einem Tropfen durchfallenen Raum befanden sich $2,2 \cdot 10^6$ Ionen, so daß also im Mittel 6 Proz. aller im Fallraum vorhandenen negativen Ionen adsorbiert werden. Seeliger hatte 0,5 Proz. gefunden. Er hatte aber die in direkten Strahlen gemessene Ionendichte als homogen für den ganzen Fallraum angenommen, was sicher nicht zutrifft, wenn die Luft nicht durchmischt wird. Ferner wurden bei ihm die Tropfen direkt von den Röntgenstrahlen getroffen, so daß sie Elektronen verlieren konnten. Die Abweichungen der Seeligerschen Resultate von den hier mitgeteilten sind demnach zwanglos zu erklären.

Erhält der Tropfen aber eine größere Anfangsladung, indem das Tropfgefäß auf ein bestimmtes Potential aufgeladen wird (± 4 , ± 10 , ± 20 Volt), dann werden naturgemäß auch mehr Ionen an den Tropfen herantreten, da jetzt das Feld in größerer Entfernung wirksam ist. Die Zahl der adsorbierten Ionen steigt proportional dem Potential am Tropfgefäß. Ist der Tropfen negativ geladen, dann adsorbiert er positive Ionen und umgekehrt. Dabei aber werden von dem positiv geladenen Tropfen mehr negative Ionen aufgenommen als von einem negativ geladenen positive Ionen. Die Zahlen der adsorbierten Ionen stehen in ungefähr demselben Verhältnis wie ihre Beweglichkeiten.

Die Verwendung destillierten Wassers ließ eine Verschiedenheit gegen das bisher benutzte Berliner Leitungswasser nicht erkennen. Alkohol hatte etwas geringere Adsorptionsfähigkeit und noch geringere Benzol. Auch Quecksilber wurde als Tropfmateriel benutzt. Um größere Tropfen zu erhalten, fiel es durch ein mit ungefettetem Hahn versehenes Trichterrohr in dünnem Strahl in eine am Ende des Rohres befindliche Stahlkapsel, die an der Seite eine Öffnung besaß. Durch diese Öffnung fiel von Zeit zu Zeit das angesammelte Quecksilber in Tropfen herab in ein Auffangegefäß, dessen Ober-

fläche aus blank poliertem Eisenblech bestand.¹⁾ Durch Quecksilber wurden die Ionen in erheblich größerer Menge adsorbiert als durch die anderen Tropfmaterien. Es schien die Adsorptionsfähigkeit mit der Dielektrizitätskonstante zu wachsen.

Bei Ausführung der Versuche mußte auf größte Unveränderlichkeit aller Bedingungen Rücksicht genommen werden, da z. B. geringe Schwankungen in der Stärke der Röntgenröhre die Zerstreuungskurve erheblich umgestalten konnten, ebenso unregelmäßiger Gang des Rührers. Deshalb konnte es nicht verwundern, wenn die erhaltenen Werte größere Schwankungen aufwiesen und wenn nur die Größenordnung derselben und der Sinn der Veränderungen bei verschiedenen Materialien festgestellt werden konnte. Die Versuche zeigen jedoch, daß in Luft, die durch Röntgenstrahlen ionisiert ist, geladene oder ungeladene Tropfen beim Fallen in größerem Maße negative Ionen adsorbieren als positive und zwar entspricht bei gleich und entgegengesetzt geladenen Tropfen die Zahl adsorbierter Ionen dem Verhältnis der Beweglichkeiten. Die Adsorptionsfähigkeit schien mit der Dielektrizitätskonstanten der benutzten Materialien zu wachsen.

II. Teil.

Schon im Vorhergehenden hatten wir uns von der Vorstellungsweise, daß zur Adsorption von Ionen ein ungeladener Körper notwendig sei, entfernt und auch die Adsorptionserscheinungen an geladenen Tropfen untersucht. Dabei mußten ja dieselben Kräfte in nur veränderter Stärke wirksam sein. Um die Abhängigkeit zwischen Ionenbeweglichkeit und der Adsorption durch geladene Körper noch schärfer zu beobachten, wurden in einem zweiten Teile der Untersuchung die Ionen getrennt auf ihre Adsorptionsfähigkeit geprüft. Als Ionisator fanden Röntgenstrahlen keine Verwendung. Zur Erzeugung positiver Ionen wurde ein mit Aluminiumphosphat²⁾ überzogener Platindraht, zur Erzeugung negativer Ionen ein mit Calciumoxyd³⁾ bedeckter Platindraht benutzt. Ein durch

1) A. Becker, Ann. d. Phys. 31. p. 98. 1910.

2) Richardson, Phil. Mag. 1911.

3) A. Wehnelt, Ber. d. phys. med. Soc. Erlangen, Dezember 1903; Ann. d. Phys. 14. p. 425—468. 1904.

den Draht fließender Strom brachte denselben zum Glühen. Prinzip der Methode ist folgendes: Der glühende Draht ist von einem Metallzylinder umgeben, an den eine beliebige Spannung gelegt werden kann. Dadurch sollen die Ionen von dem in der Achse des Zylinders befindlichen Draht weggeführt werden durch den ganzen Zylinderraum. Zwischen Draht und Zylinder (in der Mitte zwischen beiden) fallen die Tropfmateri-
 a
 s
 d
 e
 z
 g
 t
 m
 q
 k
 f
 n

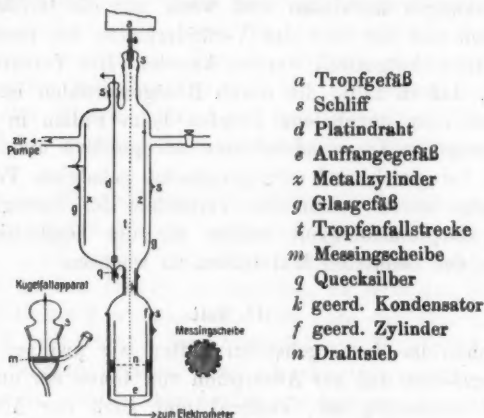


Fig. 4. Versuchsanordnung von Teil II.

Tropfen durchfallenen Stelle wird aus dem mit dem Galvanometer gemessenen Strom zwischen Zylinderelektrode und Draht berechnet. Um die Untersuchung bei verschiedenen Drucken und auch in anderen Gasen durchzuführen, war die gesamte Apparatur einschließlich Auffangegefäß in Glas eingeschlossen, wie es aus der beigegebenen Figur (Fig. 4) ersichtlich ist. Für niedrige Drucke wurde keine Flüssigkeit als Tropfmateri-
 a
 s
 d
 e
 z
 g
 t
 m
 q
 k
 f
 n

fallen konnten. Durch fortgesetztes Drehen wurden die Kugeln über die Ansatzstelle des innen versilberten Fallrohres gebracht. Letzteres saß in einem Schliff in der Stirnwand des Glasgefäßes. Das erstere seitliche Ansatzrohr konnte durch einen Schlauch mit Klammer luftdichten Abschluß erfahren. Ein am Hauptgefäß angesetztes Quecksilbermanometer erlaubte eine genaue Druckablesung. Als Tropfapparat bei gewöhnlichem Druck wurde ein isoliert aufgestelltes Metallgefäß benutzt, das bei Verwendung eines andern Gases in den Schliff eingesetzt werden konnte. Die Tropfenregulierung erfolgte durch einen ungefetteten Hahn im Rohr zur Tropfspitze.

Zur Berechnung der Ionendichte an einer beliebigen Stelle in dem Zylinder aus dem Ionenstrom ist die Kenntnis der Feldstärke notwendig. Wären keine Ionen vorhanden, dann würde der Verlauf der Feldstärke in radialer Richtung logarithmisch sein. Durch die Anwesenheit der Ionen ist der Verlauf der Feldstärke ein anderer. Die vorliegende Aufgabe verlangt die Berechnung der Feldstärke in einem Zylinderkondensator, sofern nur Ionen eines Vorzeichens im Kondensator vorhanden sind. Für diesen Fall ist die Aufgabe in der Tat verhältnismäßig leicht lösbar. Nur die Resultate der Lösung sollen kurz mitgeteilt werden.¹⁾ Ist J der mit dem Galvanometer gemessene Strom, dann ist der Strom durch die Flächeneinheit des Zylinders

$$i = \frac{J}{2\pi r h},$$

wo r den Radius des Zylinders und h dessen Höhe bedeutet. Ferner ist $i \cdot r = I$ eine Konstante. Man erhält schließlich für die Feldstärke \mathcal{E} den Wert:

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{4\pi I}{u_1} + \frac{C}{r^2}},$$

wo u_1 die Beweglichkeit der Ionen bezeichnet. Die Konstante C ist durch die Potentialdifferenz zwischen Draht und Zylinder bestimmt. Diese Potentialdifferenz betrug 300 Volt. Es ist:

$$\int_r^R \sqrt{\left(\frac{4\pi I}{u_1} + \frac{C}{r^2}\right)} dr = V,$$

1) R. Seeliger, Ann. d. Phys. 33. p. 319. 1910.

wo in den Grenzen des Integrals r den Radius des Drahtes, R den Radius des Zylinders bedeutet. Dieses Integral läßt sich in geschlossener Form darstellen und aus ihm kann C ermittelt werden, und damit ist auch \mathcal{E} bestimmt.

Die Rechnung setzt voraus, daß keine Stoßionisation eintritt, und sie berücksichtigt ferner nicht die Diffusion der Ionen. Stoßionisation konnte kaum erwartet werden, und es ergab sich aus Messungen der Stromstärke bei verschiedenen Spannungen bis hinauf zu 1800 Volt ein linearer Verlauf derselben. Andernfalls hätte man vielleicht eine Exponentialkurve erwarten können. Die Diffusion der Ionen konnte in den Gleichungen überhaupt nicht berücksichtigt werden, und sodann dürfte sie für die vorliegenden Versuche nicht störend sein, da die am Draht zurückdiffundierenden Ionen der Messung gar nicht unterworfen werden.

Gang der Versuche von Teil II und Berechnung derselben.

Jeder Versuch zerfiel in eine Messung der Ionendichte und eine Messung der Tropfenladungen, und zwar wurden diese beiden Messungen gleichzeitig ausgeführt.

Wie schon angedeutet, stützt sich die Berechnung der Ionendichte auf die Messung des Stromes, der in Ionenform zwischen Draht und Zylinder übergang. Am Zylinder lag eine Spannung von ± 300 Volt, je nachdem der Draht negative oder positive Ionen abgab. Der Draht selbst wurde durch eine Batterie von 24 Volt mit vorgeschaltetem, regulierbarem Widerstand zum Glühen gebracht. Dabei war bemerkenswert, daß immer erst nach Überschreitung eines bestimmten Schwellenwertes der Stromstärke eine Abgabe von Ionen stattfand. Um während der ganzen Versuchsdauer mit Rücksicht auf die Temperatur möglichst gleiche Bedingungen zu haben, war der Glühstrom immer eingeschaltet, und nur bei der Ionisationsmessung wurde er über den erwähnten Schwellenwert der Emission verstärkt. Der Spannungsabfall im Draht betrug rund 10 Volt, so daß also streng genommen nicht überall dieselbe Potentialdifferenz zwischen Draht und Zylinder herrschte. Immerhin dürfte diese Differenz von 10 Volt (das eine Ende des Drahtes war geerdet) nicht gegen die 300 Volt am Zylinder in Betracht

kommen. Der Ionenstrom wurde mit Hilfe eines Galvanometers von Siemens & Halske mit hoher Stromempfindlichkeit gemessen. Von dem einen Pol der Hochspannungsbatterie wurde eine Leitung über das Galvanometer an den Zylinder gelegt. Von dort zum Draht vermittelten die Ionen die Stromführung. Das eine Ende des Drahtes und der andere Pol der Batterie war geerdet. Die Ablesung des Galvanometers war objektiv, so daß gleichzeitig Strom und Elektrometer beobachtet werden konnten. Die Empfindlichkeit des Galvanometers betrug $2,1 \cdot 10^{-10}$ Amp. pro Skalenteil.

Zur Messung der von einem Tropfen mitgeführten Ladung wurde das Einfadenelektrometer von Elster und Geitel benutzt. Dieses Instrument erwies sich als sehr geeignet durch seine Aperiodizität und geradezu momentane Einstellung. In einem Vorversuch ohne Ionisation wurde zunächst die Ladung eines Tropfens unter dem Einfluß aller störenden Nebeneffekte bestimmt. Der Fehler beim Abtropfen wurde dadurch konstant gemacht, daß das isoliert aufgestellte Tropfgefäß auf ± 60 Volt aufgeladen wurde, je nachdem negativ oder positiv ionisiert war. Zur Abschwächung des Lenardeffektes war im Auffangegefäß ein Sieb angebracht. Es sei hier bemerkt, daß bei Verwendung von Stahlkugeln dieselben auf ein Polster aus Messingfeilicht fielen, um ein Zurückspringen derselben zu vermeiden. Da das Auffangegefäß vom ionisierten Raum ganz getrennt war, kam der Zerstreuungseffekt in Fortfall und eine Zerstreuungskurve brauchte nicht aufgenommen zu werden.

Im Hauptversuch wurde die von den Tropfen mitgeführte Ladung bei ionisierter Luft gemessen. Zeigte das Elektrometer vor der Ionenemission z. B. positive Ladung eines Tropfens an, dann kehrte sich bei genügender Überschreitung des erwähnten Schwellenwertes der Stromstärke im Draht das Vorzeichen der Tropfenladung sofort um. Eine Verkleinerung der Stromstärke unter den Schwellenwert ließ sofort wieder die Verhältnisse des Vorversuches erkennen. Es sei noch bemerkt, daß die Ionendichte durch Variation der Stromstärke oberhalb des Schwellenwertes in weiten Grenzen verändert werden konnte. Bei allen Versuchen wurde möglichst gleiche Tropfgeschwindigkeiten erstrebt (50 Tropfen pro Minute). In

einem Nachversuch wurde der Vorversuch wiederholt und das Elektrometer geeicht.

Die Berechnung der Ladung eines Tropfens geschah ebenso wie im ersten Teil aus der Kapazität des auffangenden Systems (78 cm) und der am Elektrometer abgelesenen Spannung. Die Zahl der von einem Tropfen adsorbierten Zahl von Ionen wurde wie früher in Prozenten der von den im ionisierten Fallraum des Tropfens vorhandene Ionen ausgedrückt.

In der ganzen Untersuchung kam naturgemäß der Beweglichkeit der Ionen eine erhöhte Bedeutung zu. Die im ersten Teil verwendeten Werte für die Ionenbeweglichkeit konnten im zweiten Teile nicht ohne weiteres angenommen werden, da die Ionenbeweglichkeit auch von der Temperatur abhängig ist.¹⁾ Die Unabhängigkeit der genannten Größe vom Ionisator ist in den verschiedensten Arbeiten gezeigt worden. Auch waren schon Versuche über Ionenbeweglichkeit in Luft mit verschiedenen Dämpfen gemacht worden.²⁾ Schließlich wurden folgende Werte angenommen:

	Negative Ionen	Positive Ionen
Feuchte Luft	1,80	1,34
Kohlensäure	0,90	0,98
Luft mit Alkoholdampf	1,51	1,20

Bei niederen Drucken wurde die Beweglichkeit dem Druck umgekehrt proportional angenommen, was in dieser Untersuchung erlaubt war (Druck von ungefähr $\frac{1}{3}$ Atmosphäre).

Ergebnisse vom II. Teil.

Von vornherein hätte man erwarten müssen, daß bei aller Komplikation, die in dem zylindrischen Feld, der Ladung eines Tropfens und der Verteilung der Ladung auf dem Tropfen liegt, die Adsorption der leichter beweglichen Ionen entsprechend größer sein müsse als die der langsamen Ionen. Es war deshalb um so überraschender, daß das Experiment scheinbar eine andere Aussage machte und zwar die, daß bei

1) A. F. Kovarik, Phys. Rev. p. 1315. 1910.

2) Z. B. Rutherford, Phil. Mag. 4. p. 219. 1901; K. Przibam, Wiener Ber. 118 (II), p. 1419, 1909.

gleicher Ionendichte die Adsorption der Beweglichkeit ungefähr umgekehrt proportional ist. Zur Aufklärung über diesen Punkt wurde zunächst festgestellt, ob die durch die Tropfen mit herabgerissene Luft vielleicht als Ursache zu betrachten sei, indem sie namentlich am unteren Rand des Kondensators die langsameren Ionen in größerer Zahl mit sich führt bis zum Auffangegefäß. Diese Vorstellung wäre plausibel, da in einem Luftstrom die quer durch ihn fortschreitenden Ionen um so länger bleiben müssen, je langsamer sie sich bewegen. Ein Versuch, bei dem der emittierende Platindraht zur Hälfte verkürzt wurde, so daß also nur im oberen Teil des Kondensators Ionenemission stattfand, zeigte, daß die Vermutung nicht richtig war. Das Ergebnis blieb ungeändert. Der verkürzte Platindraht setzt sich nach unten in einem dicken Kupferdraht fort, so daß das Feld genau so bestand wie vorher und alle in einem Luftstrom nach unten gelangenden Ionen hätten herausgeholt werden müssen.

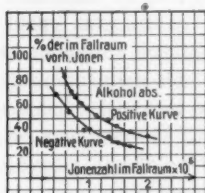
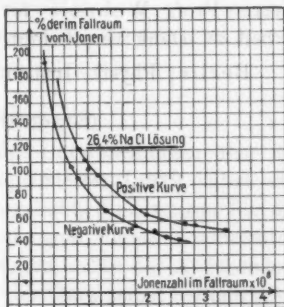
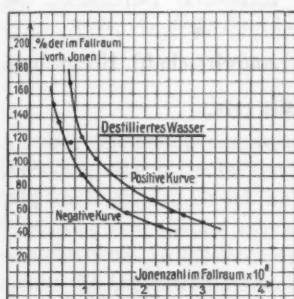
Sodann wurde geprüft, ob nicht die durch den glühenden Draht aufwärts steigende, und nur durch die enge Öffnung des Tropfeneintritts hinausgelangende Luft in derselben Weise am oberen Kondensatorende wirkte wie es im vorhergehenden Falle am unteren Ende vorgestellt war. Zu dem Zwecke wurde ein Metallzylinder von derselben Größe wie der vom Glas umschlossene benutzt und in seiner Achse der Platindraht aufgehängt. Nun konnte die erhitzte Luft gleich am Draht nach oben steigen und war nicht gezwungen, ihren Weg in der Fallstrecke der Tropfen zu nehmen. Es zeigte sich, daß in der Tat *die Adsorption der Beweglichkeit direkt proportional war*. Dabei waren die Ionenströme so eingestellt, daß die Dichte der Ionen immer dieselbe blieb. Mit dem letzt-erwähnten Versuch wurde zugleich die Abhängigkeit der Tropfenladung von dem am Tropfgefäß liegenden Potential beobachtet und zwar zunächst ohne Ionisation. Es ergibt sich, daß die Tropfenladung dem Potential am Tropfgefäß proportional ist. Auch bei dem Potential 0 des Tropfgefäßes zeigen die Tropfen eine bestimmte Ladung, die hier hauptsächlich auf die influenzierende Wirkung des benachbarten Zylinders auf das Tropfgefäß zurückzuführen ist.

Wurde ionisiert, dann ergab sich, daß bei einem ganz

bestimmten Potential am Tropfgefäß eine Aufnahme von Ionen nicht mehr stattfand. War das Potential nach dem den Ionen entgegengesetzten Vorzeichen höher, dann wurde die Adsorption der Spannung am Tropfgefäß wieder proportional beobachtet. Die Kurve läuft dann der Abszisse parallel. War das Potential nach der andern Seite größer, dann fand keine Aufnahme von Ionen mehr statt. Eine ganz geringe Ladung ging sogar verloren. Wenn man die Tropfen als Leiter betrachtet, dann läßt sich die Spannung eines Tropfens, bei der mit der benutzten Anordnung keine Ionen mehr aufgenommen werden, zu ungefähr 70 Volt berechnen. Die Messungen fanden bei einer Ionendichte in der Fallinie von rund $10^8 \frac{\text{Ionen}}{\text{ccm}}$ statt.

Durch die letzten Versuche mit *freiem* Kondensator war gezeigt worden, daß die Ionenadsorption der Beweglichkeit ungefähr proportional ist. Die Resultate der ersten Versuchsreihe von Teil II im Glasgefäß sind nun immer noch wertvoll, indem sie die Abhängigkeit der Adsorption von der Beweglichkeit der Ionen zwar nicht unmittelbar angeben, aber nach Aufdeckung des Zusammenhangs in nicht minder scharfer Form. Eine schöne Bestätigung ergaben einige Versuche in Kohlensäure, bei der die positiven Ionen nach der mitgeteilten Tabelle leichter beweglich sind als die negativen. In der Tat war hier eine Umkehrung des Effektes zu beobachten, der Verschiedenheit der Beweglichkeiten entsprechend. Die Versuche mit Stahlkugeln ergaben, daß hier die Abhängigkeit bei *demselben Druck* nicht mehr so scharf war wie früher, wenn auch der Sinn des Resultates gewahrt wurde. Es dürfte dies seine Erklärung darin finden, daß jetzt bei abgedichtetem Gefäß die Luft nicht mehr so ungehindert aufsteigen konnte wie früher, wenn auch eine Zirkulation in ähnlichem Sinne stattgefunden haben wird. Ferner war das Ende der Fallröhre dicht über dem Kondensatorrand. Bei einem um die Hälfte verminderten Druck fand bei gleicher Ionendichte eine stärkere Adsorption derselben Ionenart als bei Atmosphärendruck statt. Hier tritt die Wirkung der mit dem aufsteigenden Luftstrom nach oben mitgeführten Ionen gegen die im Kondensator befindlichen zurück. Ein bemerkenswerter Unterschied der Tropfmateriale. Destilliertes Wasser, Leitungswasser, ver-

schiedenen stark konzentrierte NaCl-Lösungen hinsichtlich des Adsorptionsvermögens konnte nicht beobachtet werden. Nur Alkohol wies geringere Werte auf, ganz ähnlich wie im ersten Teil der Arbeit Benzol. Diese Substanz wurde auch im zweiten Teil verwendet. Schwierigkeiten bei der Messung des Ionisationsstromes führten dazu, eine quantitative Feststellung des Effektes in diesem Fall zu unterlassen. Es war aber ersicht-



Adsorption eines Tropfens bei verschiedenen Ionendichten, ausgedrückt in Prozenten der im Fallraum befindlichen Ionen.

(Kondensator im Glasgefäß eingeschlossen.)

Fig. 5.

lich, daß Benzol noch geringeres Adsorptionsvermögen hatte als Alkohol. Eine Erklärung für den verhältnismäßig geringen Effekt bei Stahlkugeln ist schon gegeben worden. Endlich ist bemerkenswert, daß stets die Adsorption, ausgedrückt in Prozenten der im Fallraum vorhandenen Ionen mit abnehmender Ionendichte größer wurde. Es dürfte diese Erscheinung wohl auf dem Umstand beruhen, daß bei größerer Ladung eines Tropfens Ionen desselben Vorzeichens in geringem Maße an ihn herantreten werden, und daß bei großer Ionendichte diese

größere Ladung schneller erreicht wird als bei geringerer Dichte. Einige Kurven, die die Adsorption eines Tropfens in Prozenten der im Fallraum vorhandenen Ionen bei verschiedenen Dichten angeben, sind in Fig. 5 dargestellt.

Endlich möchte ich nicht verfehlen Herrn Geheimrat Börnstein für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse zu danken, ebenso Herrn Dr. Seeliger. Ferner bin ich Herrn Prof. Wehnelt für die mühevollen Durchsicht der Arbeit zu Dank verpflichtet.

Berlin, Physik. Institut der Landwirtschaftl. Hochschule.

(Eingegangen 8. Mai 1913.)

**4. Die Dielektrizitätskonstante
der Luft bis zu 350 Atmosphären aufwärts.
(La costante dielettrica dell'aria fino
a 350 atmosfere);
von A. Occhialini und E. Bodareu.**

Einleitung.

Bei Anstellung der vorliegenden Untersuchungen über die Dielektrizitätskonstante stark komprimierter Luft¹⁾ haben wir hauptsächlich den Zweck im Auge gehabt, die Grenzen für die Gültigkeit der theoretischen Beziehungen dieses Koeffizienten zu erforschen. Angesichts der geringen Größe der Änderungen, welche die Dielektrizitätskonstante der Gase selbst bei beträchtlichen Änderungen der Dichte erfährt, werden diese Beziehungen selbst innerhalb großer Druckintervalle bestätigt. Man kann daher nicht entscheiden, ob die Abweichungen vom Gesetze, die man immerhin feststellt, auf Versuchsfehlern beruhen, oder auf Ungenauigkeiten der Formeln.

Beispielsweise sind uns die Ausdrücke, die für die Beziehungen zwischen der Dielektrizitätskonstanten und der Dichte am häufigsten angeführt werden, nämlich:

$$\frac{K-1}{K+2} \cdot \frac{1}{d} = \text{konst.}$$

und

$$\frac{K-1}{d} = \text{konst.},$$

zwei Ausdrücke, die offenbar miteinander unvereinbar sind, beispielsweise sind uns diese beiden Ausdrücke für Luft gleich annehmbar erschienen, solange wir nicht über 200 Atmosphären hinausgegangen sind; sie zeigten nämlich beide Abweichungen von derselben Größenordnung.

1) A. Occhialini e E. Bodareu, Cim. (6) 5. p. 15. 1913.

Da wir nun entscheiden wollten, ob von den beiden Formeln eine als richtig anzunehmen ist, so mußten wir den Druck so weit treiben, bis die etwaigen Abweichungen vom Gesetz groß genug wurden, um nicht mehr mit Versuchsfehlern verwechselt werden zu können. Wir haben deshalb die Untersuchung der Luft noch über 200 Atmosphären hinaus unternommen und teilen hier die bis etwa 350 Atmosphären gewonnenen Ergebnisse mit. Wir hätten gewünscht, die Untersuchung noch weiter zu treiben, aber der Bruch des Behälters, in dem das Gas komprimiert wurde, hat unsere Arbeiten unterbrochen und uns durch den gewaltigen Schaden, der dadurch der gesamten Versuchsanordnung ringsum zugefügt worden ist, zu einem langen Aufenthalt gezwungen. Die gewonnenen Ergebnisse genügen indessen bereits zur Beantwortung der Frage, die wir uns gestellt hatten.

I. Meßverfahren.

1. Das Verfahren zur Messung der Dielektrizitätskonstanten.

Das Verfahren, das wir zur Messung der Dielektrizitätskonstanten der Gase angewandt haben, ist, abgesehen von einigen Abänderungen, dasselbe, das Lebedew¹⁾ bei seinen Untersuchungen an Dämpfen benutzt hat. Es stützt sich auf folgendes Prinzip: Angenommen, wir hätten zwei Kondensatoren, deren beide induzierende Belegungen mit entgegengesetzten Vorzeichen geladen wurden, während die induzierten Belegungen zur Erde abgeleitet sind. Dann werden auf diesen letztgenannten Belegungen Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens induziert werden, und diese werden dann numerisch gleich sein, wenn eine allbekannte Beziehung zwischen den Ladungspotentialen und der Kapazität der Kondensatoren erfüllt ist. Die Gleichheit der beiden induzierten Ladungen ihrem absoluten Werte nach kann man mit großer Genauigkeit dadurch nachweisen, daß man die beiden von der Erde abgeschalteten induzierten Belegungen miteinander und mit einem Elektrometer verbindet und dafür die beiden induzierenden Belegungen erdet. Die Nadel des Meßinstrumentes

1) P. Lebedew, Wied. Ann. 44. p. 238. 1891.

wird in Ruhe bleiben, wenn die Neutralisierung der induzierten Ladungen eine vollkommene ist.

Angenommen, dies sei dann der Fall, wenn die Belegungen der beiden Kondensatoren in Luft unter normalen Bedingungen eingebettet sind. Wir wollen nun das Dielektrikum des einen der beiden Kondensatoren durch ein anderes ersetzen, dessen Dielektrizitätskonstante K mal so groß sein soll wie das der Luft. Wenn die induzierenden Belegungen wiederum auf dieselben Potentiale geladen werden würden wie zuvor, würde die Neutralisierung der induzierten Ladungen nicht mehr eintreten können. Wollen wir wiederum diese Neutralisierung erzielen, so werden wir das Ladungspotential des veränderten Kondensators K mal so klein machen müssen. Nennen wir also das ursprüngliche Potential π_0 und das verminderte $\pi_0 - \Delta\pi$, so ergibt sich die Dielektrizitätskonstante des zu untersuchenden Mediums, bezogen auf Luft unter normalen Bedingungen, zu

$$\frac{\pi_0}{\pi_0 - \Delta\pi}.$$

Wollen wir nun die Dielektrizitätskonstante K , bezogen auf den leeren Raum, haben, so würden wir erhalten:

$$(1) \quad K = K_0 \frac{\pi_0}{\pi_0 - \Delta\pi},$$

wo K_0 der Wert der Dielektrizitätskonstanten der Luft unter normalen Verhältnissen ist, wenn man jene des Vakuums als Eins annimmt.

Um die Rechnung bequemer zu gestalten, tut man gut, die Gleichung (1) folgendermaßen umzuformen:

$$\frac{K - K_0}{K_0} = \frac{\Delta\pi}{\pi_0 - \Delta\pi},$$

$$K = K_0 + K_0 \frac{\Delta\pi}{\pi_0 - \Delta\pi},$$

$$K = K_0 + \frac{\Delta\pi}{\pi_0 - \Delta\pi} + (K_0 - 1) \frac{\Delta\pi}{\pi_0 - \Delta\pi}.$$

Nun ist bei unseren Bestimmungen bis 200 Atmosphären aufwärts:

$$K_0 = 1,00055,$$

$$\pi_0 = \text{etwa } 40 \text{ Volt},$$

$$\Delta\pi < 4 \text{ Volt},$$

mithin:

$$(K_0 - 1) \frac{\Delta \pi}{\pi_0 - \Delta \pi} < 0,00006.$$

Oberhalb 200 Atmosphären ist:

$$\pi_0 = 20 \text{ Volt},$$

$$\Delta \pi < 2,9 \text{ Volt},$$

mithin:

$$(K_0 - 1) \frac{\Delta \pi}{\pi_0 - \Delta \pi} < 0,0001.$$

Da nun das von uns eingeschlagene Verfahren, wie wir weiter unten auseinandersetzen werden, keine größere Annäherung als 0,0001 gestattet, so können wir als Wert für die Dielektrizitätskonstante den durch die Formel

$$(2) \quad K = K_0 + \frac{\Delta \pi}{\pi_0 - \Delta \pi}$$

gegebenen annehmen.

Die vorstehenden Betrachtungen gelten nur dann, wenn die Induktion der einen Belegung auf die andere durch ein homogenes und vollständig ersetzbares Dielektrikum hindurch erfolgt. In der Praxis sind als Stütze für die Belegungen feste Dielektrika notwendig; diese würden die Beziehung (1) ungünstig machen, wenn man nicht geeignete Vorsichtsmaßregeln treffen würde. Die einfachste Art und Weise, diese Schwierigkeit zu überwinden, schien uns darin zu bestehen, zu bewirken, daß die Induktion innerhalb eines praktisch geschlossenen metallischen Hohlraumes erfolgte, in dessen Innerem sich keine Spur fester Dielektrika befände.

Wie wir dies Ziel erreicht haben, werden wir weiter unten dartun.

2. Versuchsanordnung.

Die gemäß der vorstehend beschriebenen Methode aufgebaute Versuchsanordnung umfaßt zwei Kondensatoren, C , C' (vgl. Fig. 1). Von diesen wird der eine, C' , beständig in Luft unter gewöhnlichem Druck gehalten; wir werden diesen als den *Vergleichskondensator* bezeichnen. Der andere Kondensator, C , ist in einem Stahlbehälter eingeschlossen, der einen Druck von ungefähr 500 Atmosphären auszuhalten vermag; diesen

Kondensator wollen wir den *Meßkondensator* nennen. Diese beiden Kondensatoren sind zylindrisch und haben nahezu dieselbe Kapazität; die induzierenden (äußeren) Belegungen lassen sich mit den ungleichnamigen Polen zweier Batterien, *B* und *B'*, oder mit der Erde verbinden. Die Vertauschung der Verbindungen geschieht mittels eines Umschalters *H*, der weiter unten beschrieben werden soll. Derselbe Umschalter erdet oder isoliert die beiden induzierten (inneren) Belegungen, die mit demselben Quadrantenpaar eines Elektrometers verbunden sind. Genau dann, wenn die induzierenden Belegungen mit der Batterie verbunden werden, werden die induzierten geerdet, während der Handgriff, der die beiden induzierten Belegungen isoliert, die induzierten erdet. Von jener der beiden Batterien, die mit dem Vergleichskondensator *C'*, verbunden ist, liegt der negative Pol beständig an Erde; der negative Pol der anderen Batterie ist mit der äußeren Belegung des Meßkondensators *C* verbunden, während der positive Pol längs eines Widerstandes, *R*, verschiebbar ist, der von einem konstanten Strom durchflossen wird, und dessen eines Ende geerdet ist.

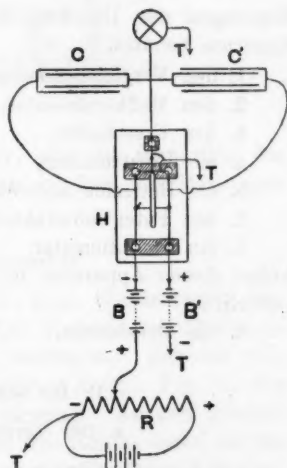


Fig. 1.

Der Widerstand *R* besteht aus einem gleichmäßigen Draht, so daß längs des Widerstandes das Potential sich proportional der Länge ändert. Auf diese Weise kann man das Ladungspotential des Meßkondensators um kleine, durchaus meßbare Beträge verändern. Diesem Widerstande *R* wollen wir den Namen „*Potentialreduktor*“ beilegen.

An die Batterie *B'*, die mit dem Vergleichskondensator verbunden ist, brauchen wir weiter keine Anforderung zu stellen, als daß sie konstant sein muß; die andere Batterie, *B*, muß außerdem eine bekannte Potentialdifferenz haben. Wir haben

hierfür bei den Messungen bis zu 200 Atmosphären aufwärts zwei Batterien von je 40 Westonelementen benutzt und bei den Messungen unter einem diese Grenze überschreitenden Druck zwei Batterien von je 20 Westonelementen; die Batterien wurden gehörig kontrolliert. Bekannt muß ferner die Potentialdifferenz an den Enden des Widerstandes R sein, und diese Größe haben wir von Fall zu Fall direkt mit Hilfe des Potentiometers bestimmt. Der den Widerstand R durchfließende konstante Strom wird von 4 Daniellelementen geliefert.

3. — Wir fassen zusammen: Zur Ausführung dieser Messungen der Dielektrizitätskonstanten haben wir folgende Apparate benutzt:

1. den Vergleichskondensator,
2. den Meßkondensator,
3. den Umschalter,
4. ein Elektrometer,
5. die Batterien aus Westonelementen,
6. den Potentialreduktor,
7. ein Potentiometer.

Außer diesen Apparaten ist für die Messung der Dichte erforderlich:

8. ein Densimeter.

II. Die benutzten Apparate.

4. Der Vergleichskondensator.

Auf einer Grundplatte aus Holz sind vier Ebonitsäulchen befestigt, die dazu dienen, die beiden Belegungen des Zylinderkondensators zu tragen (vgl. Fig. 2). Die äußere Belegung ist starr mit den beiden Säulen AA verbunden und ist mithin fest. Die innere Belegung wird mittels der beiden Messingdrähte MN von den Säulen BB getragen und kann längs ihrer eigenen Achse gleiten. Bei dieser Anordnung kann man die Kapazität des Kondensators innerhalb gewisser Grenzen verändern, um sie mit großer Annäherung jener des Meßkondensators gleich zu machen. Zwei Schrauben FF dienen zur Feststellung der inneren Belegung, sobald diese Gleichheit erreicht ist. Die Durchmesser der beiden Belegungen betragen 42 mm bzw. 38 mm, und beide Belegungen sind 44 cm lang.

Der ganze Apparat ist in einen beständig geerdeten Metallkasten eingeschlossen. Die Verbindungsdrähte treten aus dem Kasten durch Paraffinklötze aus.

Die Isolierung ist eine derartige, daß mehrere Stunden erforderlich sind, um eine Abnahme der Ladung auf den Belegungen wahrzunehmen, wenn diese mit einem Goldblattelektroskop verbunden sind. Wie fest der ganze Apparat gebaut

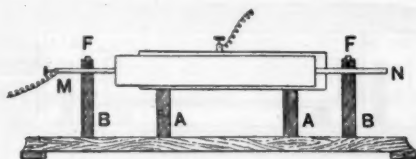


Fig. 2.

ist, geht aus der Tatsache hervor, daß die Kapazität des Kondensators sich während der ganzen Zeit der Messungen nicht verändert hat.

5. Der Meßkondensator.

Der Meßkondensator war in eine Stahlgranate eingeschlossen, die uns seitens der Kgl. Italienischen Marine in liebenswürdigster Weise überlassen worden war. Er sitzt vollständig in einem weiten Messingrohr *AA* (vgl. Fig. 3), das seine zylinderförmigen Belegungen überragt. An zwei Ebonitsäulchen *BB*, die an die Innenseite des Rohres dicht an den Enden angeschraubt sind, ist die innere Belegung befestigt; sie besteht aus einem 20 cm langen Messingrohr von 48 mm Durchmesser, das sich in zwei gleichfalls aus Messing hergestellten Stäbchen fortsetzt. Die äußere Belegung *EE* besteht aus einem einfachen Messingrohr von 52 mm Durchmesser und 26 cm Länge; sie wird von außen her von kleinen Ebonitblöcken *CC* getragen, die ihrerseits an der Innenwand des Rohres *AA* befestigt sind. Die beiden Belegungen und das als Halter dienende Rohr haben eine gemeinsame Achse. Das Ganze bildet ein starres System, das bequem in den Hohlraum der Granate hineingeht.

Seitlich sind in der Granate zwei Löcher angebracht, in die zwei Stahlstücke von der in Fig. 4 dargestellten Form

eingeschraubt werden. Durch diese beiden Löcher hindurch werden die Verbindungen der beiden Belegungen nach außen

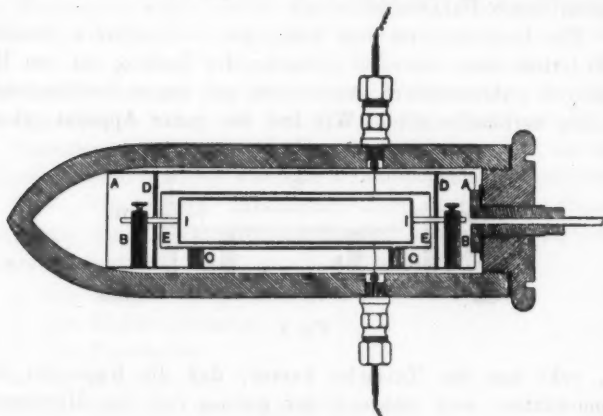


Fig. 3.

hin hergestellt. Zu diesem Zwecke ist an jede der beiden Belegungen ein feiner Kupferdraht an dem Punkte mit Zinn angelötet, der dem betreffenden Austrittsloch gegenüber liegt. Der an der inneren Belegung befestigte Draht muß die äußere Belegung und das Halterohr durchsetzen. Der andere Draht braucht nur durch das Halterohr hindurchzugehen. Der Durchtritt erfolgt überall in Bohrungen, die weit genug sind, um jede Berührungsfahr auszuschließen. Jeder dieser beiden Drähte wird durch das feine Kupferrohr *aa* (vgl. Fig. 4) eingeführt, das seinerseits längs der Achse eines Ebonitstäbchens *b* eingesetzt und festgekittet ist; dieses Stäbchen ist durch eine Verdickung *c* unter Druck in das Stahlstück eingeklemmt. Das Stahlstück wurde nun in die entsprechende Bohrung der Granate eingeschraubt und gegen einen Flansch *d* gepreßt. Dann wurde der Draht, der die Verbindung mit der Konden-

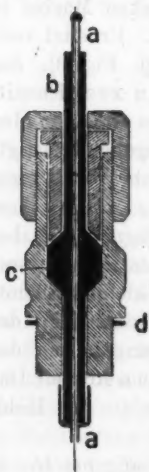


Fig. 4.

satorbelegung herstellte, an dem aus der Röhre *aa* herausragenden freien Ende gefaßt und gestreckt, und mittels eines auf das äußere Ende der Röhre aufgetragenen Tropfens Zinn der luftdichte Verschuß an dieser Stelle hergestellt.

Um zu verhindern, daß die Induktion durch die Ebonitsäulen hindurch erfolgen könnte, welche die innere Belegung tragen, wurden zwei Metallschirme *DD* (vgl. Fig. 3) angebracht, die an dem Rohre *AA* befestigt wurden und mit zwei Bohrungen versehen sind, um den Metallstäben, welche die innere Belegung halten, den Durchtritt zu gestatten. Auf diese Weise wird ein praktisch geschlossener metallischer Hohlraum verwirklicht, in dessen Innerem sich der Teil der Belegung befindet, der die Induktion erfährt, und aus dem die als Halter dienenden Dielektrika ausgeschlossen sind. Es sind somit die Bedingungen verwirklicht, für welche die Gleichung (1) gilt.

6. Der Umschalter.

Der Umschalter ist so gebaut, daß er in der einen Stellung die beiden inneren (induzierten) Belegungen der Kondensatoren erdet und die beiden äußeren Belegungen mit den Ladebatterien verbindet, in der anderen Stellung die beiden inneren Belegungen isoliert und die äußeren erdet.

Er besteht im wesentlichen aus einem starren System *H*, das um die horizontale Achse *SS* beweglich ist und zwei starke Drähte *FF* und *GG* trägt, die an Parallelepipeden aus Ebonit befestigt sind, wie es in Fig. 5 angegeben ist.

Die Enden dieser Drähte bestehen aus Platin und sind so gebogen, daß jeder von ihnen in ein Quecksilbernäpfchen eintauchen kann, und zwar tauchen bei der einen Stellung des Systems *H* gerade zwei Enden in die darunter befindlichen Näpfe, während die beiden anderen Enden das Quecksilber nicht berühren; dreht man nun *H*, so tauchen diese letzteren in das Quecksilber der zugehörigen Näpfe ein, während die ersteren herausgehoben werden. Die Bewegung des Systems *H* bewerkstelligt jene eines Metallhebels *N*, der an einem Ende einen Platindraht trägt; dieser Platindraht kann, je nach der Stellung des Hebels, in ein Quecksilbernäpfchen *C* eintauchen oder aus diesem herausgezogen werden.

Die fünf Quecksilbernäpfschen werden von kleinen Bechergläsern gebildet, die auf Paraffin ruhen. Das Quecksilber in zweien von ihnen, *AA*, steht mit den beiden Polen der Ladebatterien in Verbindung (vgl. Fig. 1); das Quecksilber in den Näpfschen *BB* hingegen ist beständig geerdet und mit ihm der Hebel *N*, der metallisch mit ihm verbunden ist. Das Quecksilber im Näpfschen *C* steht mit den beiden inneren

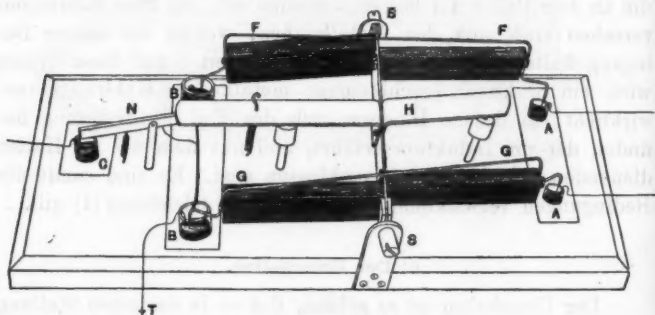


Fig. 5.

(induzierten) Belegungen und mit dem einen Quadrantenpaar des Elektrometers in Verbindung, während jede der äußeren (induzierenden) Belegungen mit einem der Drähte *FF*, *GG* verbunden ist. Wenn das System *H* so geneigt ist, daß die über den Näpfschen *AA* stehenden Spitzen in diese eintauchen (in welchem Falle die beiden Batterien mit den induzierenden Belegungen verbunden sind), bleibt der Hebel *N* durch die Betätigung einer Spiralfeder herabgedrückt; infolgedessen sind die beiden inneren Belegungen geerdet. Wenn das System nach der anderen Seite geneigt ist, so wird der Hebel *N* soweit gehoben, daß er die Verbindung zwischen dem Quecksilber *C* und der Erde unterbricht, während er die über den Näpfschen *BB* stehenden Spitzen in diese eintauchen läßt und dadurch die beiden induzierenden Belegungen zur Erde leitet. Die Anordnung ist so getroffen, daß die Hebung des Hebelarmes *C* eher erfolgt, als die Verbindung der Ladebatterien mit den induzierenden Belegungen unterbrochen wird. Mithin würde auch eine unvollkommene Isolierung dieser Belegungen keinen Einfluß auf die Bestimmungen haben.

7. Das Elektrometer.

Als Elektrometer benutzten wir ein Dolezaleksches Instrument mit Bernsteinisolierung und Phosphorbronzedraht. Die Isolierung der Quadranten war vorzüglich. Die Nadel wurde mittels einer Zambonischen Säule auf ungefähr 600 Volt geladen.

Unter diesen Verhältnissen ruft die Ladung des einen Quadrantenpaares auf $\frac{1}{100}$ Volt bei geerdetem anderen Paare auf einer in 1,60 m Entfernung aufgestellten Skala einen Ausschlag von 10 mm hervor.

Wenn alles zur Messung der Dielektrizitätskonstanten hergerichtet und der Kondensator auf ein bestimmtes Potential geladen ist, so bringt eine Änderung dieses Ladungspotentials um $\frac{1}{100}$ Volt einen Ausschlag von 5 mm zuwege. Mithin kann man unter den Bedingungen, unter denen die Messungen bis zu 200 Atmosphären aufwärts ausgeführt worden sind, Potentialänderung um $\frac{1}{500}$ Volt, oder Änderungen um $\frac{1}{20000}$ des Ladungspotentials (40 Volt) oder, wenn man es so ausdrücken will, der Dielektrizitätskonstanten, wahrnehmen. Oberhalb 200 Atmosphären verringerten sich die beobachtbaren Änderungen auf $\frac{1}{10000}$, da ja das Ladungspotential auf etwa 20 Volt erniedrigt worden war.

8. Die Batterien aus Westonelementen.

Die beiden Batterien zur Aufladung der Kondensatoren waren aus dem Kasten mit 100 Westonelementen Modell Krüger entnommen, der von der Firma Spindler & Hoyer geliefert worden war. Diese Elemente haben sich als vollkommen konstant erwiesen. Die Potentialdifferenz einer Reihe von zehn dieser Elemente ergab sich zu 10,186 Volt, gleich dem von Hrn. Krüger angegebenen Werte.

Somit ergibt sich die Potentialdifferenz der Ladungsbatterie für den Meßkondensator bei den Bestimmungen unter Drucken von weniger als 200 Atmosphären zu 40,75 Volt mit einer Annäherung von 0,005 (vgl. Abschn. 10). Oberhalb jener Grenze für den Druck war das Ladungspotential bei derselben Annäherung 20,37 Volt.

9. Der Potentialreduktor.

Der Widerstand R (Fig. 1), der von dem Strom der vier Daniellelemente durchflossen wird und dazu dient, das Ladungspotential des Meßkondensators um sehr kleine und bestimmbare Beträge zu verändern, besteht aus 100 Spiralen aus Argentandraht von 0,2 mm Durchmesser. Diese Spiralen waren so geschnitten, daß sie alle denselben Widerstand von je 9,25 Ohm hatten, was wir mit großer Sorgfalt mit Hilfe einer vorzüglichen Brücke erreichten.

Alle diese Spiralen sind in Reihe geschaltet und mit den Enden an ebenso viele Messingplättchen angelötet. Diese sind in zwei Reihen angeordnet und in Paraffin eingelassen (vgl. Fig. 6). Die Plättchen sind mit fortschreitenden Zahlen bezeichnet. Das erste und das letzte Plättchen sind mit den

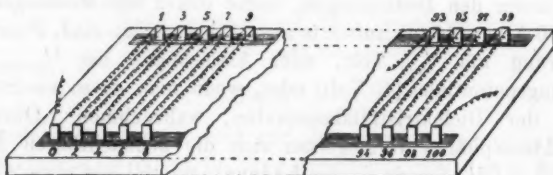


Fig. 6.

Polen der Batterie aus vier Daniellelementen und mit dem Potentiometer verbunden. Der positive Pol der Ladungsbatterie für den Meßkondensator ist mit einer Metallklemme verbunden, die irgend eines der Plättchen anpacken kann. Auf diese Weise führt die Verschiebung dieser Klemme von einem Plättchen zum nächsten eine Änderung des Ladungspotentials um $\frac{1}{100}$ der an dem Potentiometer gemessenen Spannung herbei.

10. Das Potentiometer.

Das Potentiometer, das uns zur Messung der Spannung an den Enden des Potentialreduktors diente, ist das große Modell von Hartmann und Braun mit Westonnormalelement. Als Galvanometer benutzten wir eine Wiedemannsche Bussole. Der Apparat gestattet, die Spannung auf fünf Dezimalen genau

zu bestimmen; wir haben uns auf vier Stellen beschränkt, sind dabei aber so zu Werke gegangen, daß der Fehler eine halbe Einheit der letzten beibehaltenen Stelle nicht überstieg.

Die Spannungen, die wir mit dem Potentiometer an den Klemmen von R gemessen haben, sind ungefähr von der Größenordnung 4 Volt. Der absolute Fehler der Bestimmung ist sonach kleiner als 0,0005.

11. Messung der Gasdichten.

Gleichzeitig mit der Messung der Dielektrizitätskonstanten wurde die Messung der Dichte vorgenommen. Zu diesem Zwecke wurde der Behälter mit dem Meßkondensator mit einem Densimeter verbunden, das der eine von uns in einer besonderen Veröffentlichung¹⁾ ausführlich beschrieben hat. Um die Bedeutung der Messungen verständlich zu machen, die in der vorliegenden Arbeit mitgeteilt werden sollen, erwähnen wir hier, daß bei dem angenommenen Verfahren ein Volumen V des auf die zu bestimmende Dichte komprimierten und in einer Kammer (Kompressionskammer) isolierten Gases auf ein Volumen $V + v$ ausgedehnt wird. Aus dem Drucke H des so ausgedehnten Gases, sowie aus dem Drucke h , der vor der Ausdehnung in dem Volumen V herrschte, leitet man dann für den Wert der gesuchten Dichte

$$(3) \quad d = \frac{V+v}{v} \frac{H}{76} \frac{1}{1+\alpha t} - \frac{V}{v} \frac{h}{76} \frac{1}{1+\alpha t}$$

ab, wo t die Temperatur des Gases in Celsiusgraden, α der thermische Ausdehnungskoeffizient der Gase ist. H und h sind in Zentimetern gemessen.

Bei den vorliegenden Untersuchungen haben die Konstanten folgende Werte:

$V = 921,75 \text{ cm}^3$ bei $10,5^\circ \text{ C.}$; kubischer Ausdehnungskoeffizient des Gefäßes (Glas) = 0,00002549;

$v = 3,4770 \text{ cm}^3$ bei 0° C. ; kubischer Ausdehnungskoeffizient des Gefäßes (Stahl) = 0,0000333.

1) A. Occhialini, Un densimetro per alte pressioni. Cim. (6) 4, 1912.

III. Gang der Versuche und Ergebnisse.

12. Verfahren bei Ausführung der Versuche.

Jede Bestimmung erforderte zwei Gruppen von Operationen: die Bestimmung der Dichte und jene der Dielektrizitätskonstante. Diese Bestimmungen wurden von zwei Beobachtern gleichzeitig ausgeführt. Wir begannen mit den Messungen, sobald wir sicher waren, daß Temperaturgleichgewicht in dem Gase herrschte. Zu diesem Zwecke warteten wir immer eine angemessene Zeit, nachdem wir das Gas komprimiert hatten, oder nachdem wir es aus dem Behälter, der den Meßkondensator enthielt, hatten ausströmen lassen.

Wir wollen hier nicht die zur Messung der Dichte erforderlichen Operationen nochmals aufzählen, da sie ja in der genannten Mitteilung in allen Einzelheiten dargestellt worden sind. Was die Messung der Dielektrizitätskonstante angeht, so betätigte der Beobachter, welcher das im Spiegel des Elektrometers reflektierte Skalenbild beobachtete, mit Hilfe von Schnurläufen den Umschalter und regulierte nach dem Ausschlage, den der Apparat anzeigte, wenn die induzierten Ladungen ausgeglichen wurden, die Verschiebung des Batterieendes längs des Potentialreduktors R (vgl. Fig. 1). Durch Probieren gelangten wir dahin, zwei aufeinanderfolgende Plättchen zu finden, denen entgegengesetzte Elektrometerrausschläge entsprachen. Dann wurden diese beiden Ausschläge abgelesen und gleich darauf am Potentiometer die Spannung an den Enden des Potentialreduktors bestimmt. Alle diese Ergebnisse wurden in die entsprechenden Spalten einer Tabelle eingetragen, zusammen mit den Angaben über die Dichte.

Wenn der Druck im Innern des Behälters der Atmosphärendruck war, führten wir die Bestimmung aus, die wir als Nullpunktsbestimmung auf der Skala des Potentialreduktors R bezeichnen können. Diese Bestimmung wurde zuweilen vor Beginn der Messungen vorgenommen, zuweilen nach Beendigung aller Messungen, also wenn sich der Kondensator wieder unter den Anfangsbedingungen befand. Wir beobachteten, daß das Ladungspotential bei gewöhnlichem Druck immer konstant blieb, wenn wir nicht absichtlich die Konden-

satoren verstellten. Wir hatten somit die Gewähr dafür, daß der Kondensator während der Kompression keine dauernde Gestaltsänderung erfuhr. Zu diesem Ergebnis sind wir nach vielen vergeblichen Versuchen mit der Konstruktion der Kondensatoren gelangt; über diese zu berichten, würde uns viel zu weit führen.

13. Die Kompression des Gases.

Bis zu 200 Atm. wurde die Luft mittels einer Pumpe von der Firma Whitehead komprimiert und in die kupferne Hochdruckleitung geführt, die sich durch das ganze Institut erstreckt. Wir konnten somit die Messungen ohne Schwierigkeiten in einem gewöhnlichen Arbeitszimmer vornehmen, das weit von dem Maschinensaal entfernt lag, in dem sich der Kompressor befindet. Wir ließen die Luft durch Säulen mit Calcium- und Natriumhydrat hindurchgehen, um ihr die Feuchtigkeit und die Kohlensäure zu entziehen. Die vollkommene Trockenheit der Luft wurde während der Messungen auf sehr einfache Weise kontrolliert; die geringste Spur von Feuchtigkeit führte nämlich eine merkliche Abnahme der Isolierung herbei, so daß dadurch die Messungen unsicher wurden.

Mit dem Behälter des Meßkondensators war ein anderer ganz gleicher Behälter verbunden, in den durch einen Cailletetschen Kompressor für 1000 Atm. eine Flüssigkeit (Vaselinöl) eingespritzt werden konnte. Wir konnten somit den Druck der Luft, nachdem wir sie in beiden Behältern auf 200 Atm. gebracht hatten, durch Verringerung ihres Volumens über diesen Grenzwert hinaus steigern.

Die Dichtigkeit aller Teile war Gegenstand peinlichster Sorgfalt, und wir führten die Messungen erst dann aus, wenn sie vollkommen zu sein schienen.

Als Temperatur des den Meßkondensator umgebenden Gases nahmen wir die Temperatur in der Kompressionskammer des Densimeters an.

14. Berechnung des Ladungspotentials.

Es seien n und $n+1$ die Ordnungszahlen der letzten nicht ausreichenden und der ersten überzähligen Spirale des Potentialreduktors bei einer bestimmten Bestimmung (vgl. Ab-

schnitt 12); diese Zahlen denken wir uns von dem mit dem negativen Pole und mit der Erde verbundenen Ende aus gerechnet. Es seien ferner δ_n und δ_{n+1} die absoluten Werte der diesen beiden Spiralen entsprechenden Ausschläge des Elektrometers. Der Punkt der $(n+1)$ ten Spirale, dem ein Stillstehen des Elektrometers entsprechen würde, läßt sich durch Interpolation ermitteln und ist vom Anfang dieser Spirale um einen Bruchteil einer Spirale entfernt, der durch $\delta_n/(\delta_n + \delta_{n+1})$ gegeben wird. Zwischen dem Anfang des Potentialreduktors R und dem Gleichgewichtspunkte befinden sich somit

$$N = n + \frac{\delta_n}{\delta_n + \delta_{n+1}}$$

Spiralen. Da nun $\delta_n + \delta_{n+1}$ ungefähr 20 mm beträgt und die Unsicherheit der Ablesung höchstens 1 mm ausmachen kann, so folgt daraus, daß der größte Fehler, mit dem N behaftet sein kann, 0,05 beträgt.

Wir wollen nun mit P die Spannung an den Klemmen von R bezeichnen. Das Potential des positiven Poles der Ladungsbatterie bei in Ruhe verbleibendem Elektrometer ist

$$+ \frac{P}{100} N.$$

Wenn die Potentialdifferenz an den Klemmen der aus Westonelementen bestehenden Batterie in absolutem Werte E Volt beträgt, so beträgt das Potential des negativen Poles, der mit der induzierenden Belegung verbunden ist,

$$- E + \frac{P}{100} N.$$

15. Bestimmung von $\Delta\pi$.

Nachdem wir das Potential π_0 für Gleichgewicht bestimmt hatten, wenn der Meßkondensator unter gewöhnlichem Druck stand, sowie das Potential π für irgend einen anderen Druck, war der Wert von $\Delta\pi$ durch die Gleichung

$$\Delta\pi = \pi_0 - \pi = -E + \frac{P}{100} N_0 + E - \frac{P}{100} N = \frac{P}{100} (N_0 - N)$$

gegeben.

Wir wissen nun, daß N und N_0 mit einer Annäherung von weniger als 0,05 bestimmt sind (vgl. Abschnitt 14). Die

größte Unsicherheit von $(N_0 - N)$ beträgt mithin 0,1. Andererseits ist P höchstens mit einem Fehler von 0,0005 behaftet (vgl. Abschnitt 12). Folglich ist der absolute Fehler von $\Delta\pi$:

$$\delta \Delta\pi = \frac{P}{100} \delta(N_0 - N) + \frac{N_0 - N}{100} \delta P < \frac{4}{1000}.$$

16. Annäherung bei der Berechnung der Dielektrizitätskonstanten.

Die durch die Gleichung (2)

$$K = K_0 + \frac{\Delta\pi}{\pi_0 - \Delta\pi}$$

gegebene Annäherung hängt nur vom zweiten Gliede der rechten Seite ab. Nun ist

$$\delta \frac{\Delta\pi}{\pi_0 - \Delta\pi} = \frac{(\pi_0 - \Delta\pi) \delta \Delta\pi + \Delta\pi \delta(\pi_0 - \Delta\pi)}{(\pi_0 - \Delta\pi)^2}.$$

Für Drucke unter 200 Atm. ergibt sich dieser Fehler als $< 1/5000$; für höhere Drucke bis zu 350 Atm. beträgt er nicht mehr als $1/3000$.

Der Wert der Dielektrizitätskonstanten ist also mit einer Unsicherheit behaftet, die selbst im ungünstigsten Falle 0,0003 nicht erreicht. Bis zu 200 Atm. aufwärts ist diese Unsicherheit kleiner als 0,0002. Wir wollen deshalb vier Dezimalstellen beibehalten.

17. Einfluß der Deformationen des Kondensators.

Eine systematische Fehlerquelle liegt in den elastischen Deformationen der Belegungen und der Stützen unter der Einwirkung des Druckes. Die Zusammendrückung der Ebonitstützen haben wir unmittelbar untersucht, und sie hat sich bis zu 350 Atm. zu weniger als den $1,5 \times 10^{-4}$ fachen der Länge dieser Stützen ergeben. Diese Verkürzung bewirkt eine Verschiebung der Achsen der Belegungen und somit eine Kapazitätsänderung, die sich, nach der Formel von W. Thomson¹⁾ berechnet, bei unserem Grade der Annäherung als durchaus zu vernachlässigen herausstellt.

1) Vgl. G. Wiedemann, Elektrizität 1. p. 106. 1893.

Was nun die Zusammendrückung der Belegungen betrifft, so bewirkt diese aus zwei Gründen eine Kapazitätsverminderung, und zwar erstens, weil sie die Länge der Belegungen verkürzt; zweitens, weil sie den Halbmesser r_2 der äußeren Belegung vergrößert, während sie den Halbmesser r_1 der inneren Belegung verkleinert. Nehmen wir als Koeffizienten der linearen Zusammendrückbarkeit des Messings $0,3 \cdot 10^{-6}$ an, so finden wir, daß die Verkürzung der Belegungen bei 350 Atm. auf die Längeneinheit 10^{-4} ausmacht, und daß in Anbetracht der Proportionalität zwischen der Kapazität und der Länge die relative Änderung der Kapazität 0,0001 beträgt.

Die Kapazitätsverminderung infolge der Änderungen der Halbmesser r_1 und r_2 der beiden Belegungen ergibt sich aus der Formel für Zylinderkondensatoren:

$$C = \frac{l}{2 \log \frac{r_2}{r_1}}.$$

Die Dicke der Belegungen beträgt 1 mm; mithin werden bei 350 Atm. die beiden Halbmesser

$$r_1 - 0,0001 \text{ mm} \quad \text{und} \quad r_2 + 0,0001 \text{ mm},$$

und die Kapazität wird:

$$C' = \frac{l}{2 \log \frac{r_2 + 0,0001}{r_1 - 0,0001}},$$

also wird

$$\frac{C'}{C} = \frac{\log \frac{r_2}{r_1}}{\log \frac{r_2 + 0,0001}{r_1 - 0,0001}}.$$

Für $r_1 = 24$, $r_2 = 26$ erhalten wir:

$$\frac{C'}{C} = 0,9999.$$

Das ergibt eine relative Änderung der Kapazität von

$$\frac{C - C'}{C} = 0,0001.$$

Mit der oben gefundenen zusammengenommen macht sie 0,0002 aus. Mithin berührt bei etwa 350 Atm. die von der Deformation der Kondensatoren herrührende Korrektur die letzte beibehaltene Dezimalstelle, die dadurch um zwei vermindert wird. Bei Drucken unter 150 Atm. würde die Korrektur die beibehaltenen Dezimalstellen nicht berühren.

18. Zahlenmäßige Ergebnisse.

Wir teilen nunmehr die Tabellen mit den Versuchsergebnissen mit. Diese Tabellen enthalten — in der Reihenfolge der Spalten — die nachstehenden Angaben:

- t_1 = Temperatur des komprimierten Gases;
- t_2 = Temperatur des Gases nach der Ausdehnung im Densimeter;
- H = Druck des Gases nach der Ausdehnung, in cm Hg;
- h = Anfangsdruck im Volumen V (dieser war in unserem Falle stets gleich dem Barometerdruck);
- P = Spannung an den Enden des Potentialreduktors;
- N = Anzahl der Spiralen nebst Bruchteil einer Spirale zwischen dem Anfang des Potentialreduktors und dem der Gleichgewichtslage entsprechenden Punkte;
- $\Delta\pi$ = Differenz zwischen dem Ladungspotential bei gewöhnlichem Druck und jenem bei dem jeweiligen Druck;
- π_0 = Ladungspotential bei gewöhnlichem Druck;
- d = Dichte, berechnet nach der Formel (8);
- K = Dielektrizitätskonstante, bezogen auf den leeren Raum, wie sie durch die Formel (2) gegeben wird.

Jede Tabelle enthält die Ergebnisse der Messungen, die bei einer einmaligen Kompression der Luft im Behälter gewonnen worden sind. Dabei haben wir angenommen, daß das dem gewöhnlichen Drucke entsprechende Potential π_0 mit jenem zusammenfällt, das dem Drucke von 76 cm entspricht, da unser Verfahren bei seiner Empfindlichkeit keine kleineren Druckänderungen als 0,1 Atm. nachzuweisen gestatten würde.

Da π_0 und $\Delta\pi$ beide negativ sind, so machen wir bei der Berechnung von K keinen Fehler, wenn wir für sie ihre absoluten Werte einsetzen. Wir haben deshalb in den Tabellen nur diese mitgeteilt.

t_1	t_2	H	h	P	N	$\Delta\pi$	π_0	d	K
Tabelle I.									
20,3	20,8	122,441	75,790	4,170	84,90	3,398	—	152,6	1,0917
20,3	20,8	122,419	75,790	4,170	84,80	3,394	—	152,5	1,0918
20,3	20,9	122,339	75,780	4,170	84,80	3,394	—	152,3	1,0917
20,4	21,0	122,270	75,780	4,173	84,70	3,393	—	152,2	1,0917
—	—	75,780	75,780	4,173	3,40	—	40,61	—	—

Tabelle II.									
17,4	18,2	128,951	76,262	4,125	98,30	3,829	—	173,8	1,1049
17,5	18,5	128,881	76,262	4,116	98,50	3,828	—	173,4	1,1048
17,8	18,7	128,917	76,240	4,111	98,60	3,827	—	173,4	1,1048
17,8	19,0	117,824	76,240	4,110	80,30	3,074	—	137,1	1,0826
17,9	19,2	117,710	76,240	4,111	80,05	3,065	—	136,7	1,0824
18,0	19,3	104,998	76,240	4,115	59,15	2,208	—	94,94	1,0581
18,1	19,6	104,404	76,240	4,119	57,25	2,132	—	92,90	1,0561
18,3	19,8	93,815	76,240	4,120	38,40	1,846	—	58,29	1,0849
18,3	19,9	93,857	76,250	4,160	38,45	1,357	—	58,41	1,0352
—	—	76,250	76,250	4,160	5,50	—	40,52	—	—

Tabelle III.									
—	—	76,032	76,032	4,078	5,80	—	40,52	—	—
17,1	17,7	128,866	76,032	4,078	99,70	3,831	—	174,6	1,1050
17,2	17,8	128,778	76,022	4,074	99,20	3,805	—	174,3	1,1042
17,3	18,1	118,140	76,022	4,084	81,50	3,093	—	139,2	1,0831
17,4	18,3	118,144	76,022	4,080	81,35	3,084	—	139,1	1,0830
17,5	18,4	104,106	76,012	4,076	57,90	2,125	—	93,06	1,0559
17,4	18,1	103,900	75,922	4,084	56,70	2,080	—	92,77	1,0547
17,5	18,3	93,379	75,922	4,089	38,30	1,331	—	58,13	1,0845
17,6	18,5	93,379	75,922	4,089	38,30	1,331	—	58,16	1,0345
—	—	75,922	75,922	4,090	5,70	—	40,52	—	—

Tabelle IV.									
—	—	75,923	75,923	4,090	5,70	—	40,52	—	—
17,7	18,6	111,386	75,923	4,082	69,80	2,616	—	117,1	1,0696
17,8	18,7	111,303	75,923	4,084	69,70	2,614	—	116,8	1,0695
17,8	18,8	111,243	75,923	4,085	69,50	2,606	—	116,6	1,0693

t_1	t_2	H	h	P	N	Δn	n_0	d	K
Tabelle V.									
16,6	17,1	128,238	76,033	4,087	98,40	3,786	—	172,3	1,1036
16,7	17,3	128,056	76,033	4,091	97,90	3,769	—	171,6	1,1031
16,8	17,5	117,388	76,033	4,092	80,30	3,050	—	136,9	1,0820
16,8	17,5	117,257	76,033	4,095	80,20	3,048	—	136,5	1,0819
16,9	17,7	104,766	76,033	4,096	58,75	2,170	—	95,38	1,0569
17,0	17,9	104,742	76,033	4,096	58,75	2,170	—	95,35	1,0569
17,1	18,2	93,679	76,033	4,097	38,80	1,354	—	58,84	1,0350
17,2	18,3	93,669	76,033	4,097	38,80	1,354	—	58,78	1,0350
—	—	76,033	76,033	4,097	5,65	—	40,51	—	—

Tabelle VI.

—	—	75,873	75,873	4,070	5,90	—	40,51	—	—
17,1	17,9	118,146	75,873	4,070	82,25	3,108	—	139,8	1,0836
17,2	18,2	118,144	75,873	4,068	82,10	3,100	—	139,6	1,0834
17,3	18,2	103,751	75,873	4,072	57,25	2,092	—	92,35	1,0552
17,4	18,3	103,747	75,873	4,080	57,15	2,091	—	92,30	1,0551
17,5	18,5	92,624	75,873	4,095	37,25	1,285	—	55,84	1,0333

Tabelle VII.

12,9	13,1	111,446	57,395	4,151	54,45	1,981	—	181,1	1,1100
12,5	13,3	107,830	53,822	4,140	54,50	1,977	—	180,9	1,1097
13,1	13,9	111,217	53,100	4,135	57,80	2,111	—	194,2	1,1179
13,5	13,9	117,002	50,956	4,160	63,80	2,375	—	220,6	1,1346
13,8	14,2	114,965	49,168	4,156	63,70	2,368	—	219,9	1,1341
13,8	14,5	121,628	46,280	4,154	71,00	2,670	—	251,8	1,1538
14,1	14,8	115,764	40,659	4,149	71,00	2,667	—	249,9	1,1536
14,3	15,1	109,521	42,125	4,156	65,30	2,495	—	224,0	1,1383
14,5	15,4	114,400	55,707	4,160	58,25	2,144	—	195,1	1,1200
—	—	—	76,606	4,165	6,70	—	20,09	—	—

Tabelle VIII.

—	—	—	76,250	4,130	7,05	—	20,08	—	—
12,2	13,1	116,178	58,348	4,105	57,65	2,075	—	193,9	1,1157
12,9	13,3	116,995	59,866	4,105	57,70	2,077	—	193,1	1,1159
13,1	13,8	116,268	48,974	4,092	65,60	2,393	—	224,8	1,1358
13,2	14,1	121,844	46,577	4,076	71,60	2,627	—	250,9	1,1511
13,4	14,3	119,590	44,727	4,078	71,60	2,628	—	249,5	1,1511
13,8	14,6	118,215	50,396	4,066	66,55	2,414	—	225,9	1,1372
13,9	14,8	113,162	53,766	4,058	60,00	2,144	—	197,9	1,1201

t_1	t_2	H	h	P	N	$\Delta\pi$	π_0	d	K
Tabelle IX.									
15,2	16,3	99,850	40,973	4,399	54,70	2,124	—	194,9	1,1188
15,5	16,6	108,564	43,073	4,411	60,20	2,372	—	217,6	1,1344
15,8	17,0	116,366	41,426	4,417	66,25	2,643	—	247,4	1,1520
16,2	17,5	115,941	41,081	4,418	66,25	2,643	—	246,7	1,1520
—	—	—	75,876	4,420	6,40	—	20,09	—	—

Tabelle X.									
—	—	—	76,266	4,401	6,90	—	20,07	—	—
13,4	14,1	101,002	42,500	4,394	54,55	2,093	—	195,2	1,1170
13,7	14,6	109,302	41,991	4,394	60,95	2,374	—	224,1	1,1347
13,9	15,2	117,545	42,518	4,394	66,70	2,637	—	249,3	1,1518
15,0	16,3	124,723	42,765	4,402	71,70	2,852	—	271,2	1,1662
15,2	16,5	125,006	43,534	4,400	71,60	2,846	—	269,4	1,1658
15,4	16,8	118,279	43,111	4,398	67,05	2,635	—	248,4	1,1517
15,7	17,1	110,142	43,278	4,398	61,20	2,388	—	220,8	1,1359
15,9	17,4	102,350	43,574	4,398	55,20	2,124	—	193,8	1,1189

Tabelle XI.									
—	—	—	—	4,398	6,75	—	20,07	—	—
16,1	17,5	118,769	43,624	4,398	66,70	2,687	—	247,7	1,1518
16,2	17,6	114,693	31,743	4,398	72,10	2,874	—	273,0	1,1676
16,2	17,7	120,122	37,539	4,398	72,05	2,871	—	270,9	1,1678

19. Wir behalten uns die Diskussion der Beziehung zwischen der Dielektrizitätskonstanten und der Dichte für später vor, können aber einstweilen annehmen, daß innerhalb kleiner Intervalle die Formel

$$\frac{K-1}{d} = \text{konst.}$$

erfüllt wird. Diese Formel haben wir benutzt, um die Werte der Dielektrizitätskonstanten, wie sie in den vorstehenden Tabellen angegeben sind, auf einige Fixpunkte zu beziehen, und zwar auf die Dichten: 60, 95, 115, 140, 150, 175, 180, 195, 225, 250 und 275. Auf diese Weise haben wir die in der folgenden Tab. XII mitgeteilten Mittelwerte gewonnen. Die Daten, die zur Auswertung der Mittelwerte gedient haben, beziehen sich auf Temperaturen zwischen 14 und 20° C.

Tabelle XII.

Mittelwerte.

Angenäherter Druck in Atm.	Dichte d	Dielektrizitäts- konstante K
64	60	1,0357
101	95	1,0567
124	115	1,0684
149	140	1,0839
162	150	1,0903
192	175	1,1053
196	180	1,1092
217	195	1,1182
255	225	1,1373
293	250	1,1526
334	275	1,1691

20. Einfluß der zufälligen Fehler auf die Messungen der
Dielektrizitätskonstanten.

Wir haben gesehen (vgl. Abschn. 16), daß die durch die begrenzte Empfindlichkeit der Apparate bedingte Genauigkeitsgrenze bei den Messungen der Dielektrizitätskonstanten niemals 0,0003 erreichte. Es bleiben nunmehr die Fehler zu betrachten, die von all den zufälligen Ursachen herrühren, die sich jeglicher Schätzung entziehen.

Hier können wir nur eine Bestimmungsreihe untersuchen, die sich auf eine und dieselbe Dichte bezieht, und können aus dieser den mittleren Fehler der einzelnen Bestimmung ableiten.

Bei der Dichte 173,3 (etwa 190 Atmosphären) haben wir folgende Werte von K erhalten (vgl. Tab. XIII).

Tabelle XIII.

K	Abweichungen vom Mittelwert	Quadrate
1,1046	+ 0,0003	0,00000009
1,1047	+ 4	16
1,1047	+ 4	16
1,1042	— 1	1
1,1037	— 6	36
1,1042	— 1	1
1,1040	— 3	9
Mittelwert: 1,1043		0,00000088

Mittlerer Fehler der einzelnen Bestimmung:

$$\sqrt{\frac{0,00000088}{6}} < 0,0004.$$

Mittlerer Fehler des Mittelwertes:

$$\sqrt{\frac{0,00000088}{6 \times 7}} < 0,00015.$$

Bei der Dichte 275 (etwa 334 Atmosphären) erhält man folgende Werte (vgl. Tab. XIV).

Tabelle XIV.

K	Abweichungen vom Mittelwert	Quadrate
1,1684	- 0,0007	0,000 000 49
1,1692	+ 1	1
1,1692	+ 1	1
1,1694	+ 5	25
Mittelwert: 1,1691		0,000 000 76

Mittlerer Fehler der einzelnen Bestimmung = 0,0005.

Mittlerer Fehler des Mittelwertes < 0,0003.

Hieraus geht hervor, daß die Werte der Dielektrizitätskonstanten, welche in den Tab. I—XI aufgeführt sind, mit einem Fehler behaftet sind, der bei den höchsten von uns erreichten Drucken 0,0005 erreichen kann, daß aber der Fehler bei den Mittelwerten (vgl. Tab. XII), bei denen die gelegentlichen Fehler vermutlich eliminiert sind, im ungünstigsten Falle 0,0003 nicht erreicht; bei 200 Atmosphären erreicht dieser Fehler nicht 0,0002.

Das hatte sich aus der Analyse ergeben, die wir im Abschnitt 16 a priori ausgeführt haben.

IV. Schlußfolgerungen.

21. Brechungsindex und Dielektrizitätskonstante.

In der nachstehenden Tab. XV stellen wir die Quadrate der von Magri¹⁾ gefundenen Brechungsindizes der Luft und

1) L. Magri, *Nouv. Cim.* (5) 7. p. 81. 1904.

die von Tangl¹⁾ sowie von uns gefundenen Werte der Dielektrizitätskonstanten für die verschiedenen Dichten einander gegenüber.

Tabelle XV.

d	K (Occhialini u. Bodareu)	n^2 (Magri)	K (Tangl)
60	1,0357	1,0357	1,0346
95	1,0567	1,0571	1,0553
115	1,0684	1,0692	—
140	1,0839	1,0847	—
150	1,0903	1,0907	—
175	1,1053	1,1061	—

Die von uns gefundenen Werte der Dielektrizitätskonstanten ergeben sich beständig als niedriger als die entsprechenden Werte des Brechungsindex, aber die Unterschiede sind sehr klein und überschreiten niemals 8 Einheiten der vierten Dezimale. Wir können mithin die Maxwellsche Beziehung als mit einer bisher noch nicht erreichten Annäherung bestätigt erachten.

22. Dielektrizitätskonstante und Dichte.

Von den Beziehungen, die man aufgestellt hat, um einen Zusammenhang zwischen der Dielektrizitätskonstante und der Dichte herzustellen, wollen wir hier die Clausius-Mossottische,

$$\frac{K-1}{K+2} \cdot \frac{1}{d} = \text{konst.}$$

nennen, die auf Grund der Theorie von Mossotti über die Konstitution der Dielektrika abgeleitet und von Lorentz mit Hilfe der Elektronentheorie ebenfalls gefunden worden ist. Eine der vorstehenden angenäherte Formel lautet

$$\frac{K-1}{d} = \text{konst.}$$

In der nachstehenden Tab. XVI geben wir die Werte dieser beiden Verhältnisse bei den verschiedenen Dichten an.

1) K. Tangl, Ann. d. Phys. 26. p. 59. 1908.

Tabelle XVI.

d	$\frac{K-1}{K+2} \cdot \frac{1}{d} \cdot 10^6$	$\frac{K-1}{d} \cdot 10^6$
60	196	596
95	195	597
115	194	595
140	194	599
150	195	602
175	194	602
180	195	607
195	195	606
225	195	610
250	194	611
275	195	615

Die Durchsicht dieser Tabelle beseitigt jeden Zweifel hinsichtlich der Gültigkeit der beiden Formeln. Während der Ausdruck $(K-1)/d$ mit wachsender Dichte wächst und Abweichungen von 4 v. H. aufweist, zeigt der Ausdruck $\frac{K-1}{K+2} \cdot \frac{1}{d}$ nur Schwankungen, die durch die ungleichen Temperaturbedingungen, unter denen die einzelnen Bestimmungen ausgeführt worden sind, leicht erklärt werden können, und weist keinerlei systematische Tendenz mit der Änderung des Druckes auf. Unsere Untersuchungen genügen, um die Beziehung

$$(4) \quad \frac{K-1}{K+2} \cdot \frac{1}{d} = 195 \cdot 10^{-6}$$

zur Annahme gelangen und die Formel

$$\frac{K-1}{d} = \text{konst.}$$

verwerfen zu lassen.

Aus der Formel (4) ergibt sich für K , bezogen auf Atmosphärendruck, der Wert 1,000585, also ein Wert, der fast identisch mit dem Werte 1,000586 ist, den Klemenčič direkt gefunden hat, und der dem Boltzmannschen Werte 1,000590 sehr nahe kommt.

Der Anteil, den jeder von uns beiden an der vorliegenden Untersuchung hat, verteilt sich folgendermaßen:

Von Occhialini rühren her:

1. die Vorarbeiten zu der Untersuchung, die Wahl der Methode und der Apparate;
2. die Konstruktion des Meßkondensators und der dem Druck ausgesetzten Teile;
3. die Messung der Elemente für die Berechnung der Dichte;
4. die Diskussion des Annäherungsgrades.
Von Bodareu rühren her:
 1. die gesamte Anordnung des elektrischen Teiles;
 2. die Konstruktion des Umschalters und des Potentialreduktors;
 3. die Messung der Elemente für die Berechnung der Dielektrizitätskonstanten;
 4. die Berechnung der Dichten und der Dielektrizitätskonstanten.

Zum Schlusse erfüllen wir die angenehme Pflicht, Hrn. Professor A. Battelli für die reichlichen Forschungsmittel, die er uns zur Verfügung gestellt hat, herzlichst zu danken.

Pisa, Physik. Institut, im April 1913.

(Eingegangen 11. April 1913.)

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Ikló.)

**5. Energie und Widerstand
von Öffnungs- und Schließungsfunken
in induktiven Stromkreisen;
Funkenlöschung durch Kondensatoren;
von Otto Erich Günther.**

(Gekürzte Leipziger Dissertation.)

Inhalt: Einleitung p. 94. — Gesichtspunkte für die Wahl der Methode p. 96. — I. Teil: Methode der Energiebestimmung p. 98; a) Der Apparat p. 98; b) Meßmethode und Eichung des Apparates p. 102. — II. Teil: Bestimmung der Energie und des Widerstandes von Öffnungs- und Schließungsfunken in Stromkreisen mit Selbstinduktion und Kapazität p. 106; a) Der Schließungsfunke p. 106; b) Der Öffnungsfunke (ohne Kapazität) p. 112; c) Der Öffnungsfunke (mit Kapazität) p. 119. — III. Teil: Technische Anwendungen p. 124; a) Funkenenergie und Kontaktzerstörung p. 124; b) Funkenlöschung durch Kondensatoren p. 128. — Schluß: Zusammenfassung der Resultate p. 130.

Einleitung.

Öffnungs- und Schließungsfunken in induktiven Stromkreisen führen durch Oxydation und Zerstäubung zur Zerstörung der Kontaktteile oder doch zur Erhöhung des Übergangswiderstandes an der Kontaktstelle. Die Beantwortung der für die Technik wichtigen Frage nach der Unterdrückung dieser schädlichen Funkenwirkung gibt auch physikalisch interessante Resultate.

Eine Arbeit von Philippi¹⁾ behandelt die Frage für Starkstromkreise (110—550 Volt; 10—100 Amp.). Ausgehend von Betrachtungen, die den Öffnungsfunken als Lichtbogen von variabler Länge ansehen, gelangt der Verfasser zur Bestimmung der an den Schalterelektroden im Lichtbogen ent-

1) Dr. Ing. E. Philippi, Über Ausschaltvorgänge und magnetische Funkenlöschung. Berlin 1910 (L. Simion Nachf.).

wickelten Wärmemenge. Die Gesichtspunkte für die Konstruktion von Schaltern mit möglichst geringer Wärmeentwicklung werden angegeben, besonders wird der Einfluß magnetischer Blasfelder auf den Ausschaltlichtbogen behandelt.

Mit der steigenden Verbreitung elektrischer Uhren gewinnt das Problem auch für Schwachstromkreise Bedeutung. Zwar kann man die Oxydationsgefahr durch Anwendung schweroxydierbarer Materialien für die Kontaktteile (Platiniridium) herabsetzen, aber bei äußersten Anforderungen an Präzisionskontakte kann nur die Bekämpfung der Funkenbildung selbst zum Ziele führen.

Die bekannten Mittel zur Funkenlöschung¹⁾ sind Kondensatoren²⁾, induktionsfreie Widerstände, Polarisationszellen³⁾ parallel zu der Kontaktstelle oder zu den Induktionsspulen des Stromkreises geschaltet.⁴⁾ Quantitative Angaben über die Anwendungsmöglichkeit der einzelnen Mittel finden sich in der Literatur kaum. Die qualitative Seite der Frage wird in einer kurzen Mitteilung von Riefler und Paulus⁵⁾ behandelt. Mit Hilfe des Oszillographen konstatieren die Verfasser einen steileren Abfall der Stromkurve beim Ausschalten, also eine Abnahme des Öffnungsfunkens bei der Verwendung der angeführten Funkenlöschmittel. Quantitative Angaben über die Änderung des Funkenvorganges oder der Funkenwirkung auf die Kontakte bei Variierung der Stromkreisverhältnisse oder der Funkenlöschmittel machen sie nicht.

Die folgende Arbeit soll vor allem eine quantitative Bearbeitung des Gebietes geben; sie verdankt ihre Entstehung einer Anregung von Herrn Prof. Dr. Bruns, dem eine Beantwortung der Frage besonders für astronomische elektrische Uhren wünschenswert erschien. —

1) Vgl. Tobler-Zacharias, Elektrische Uhren. p. 111 ff. 1909.

2) Erwähnt wohl zuerst 1877, D. R. P. 850, von A. Koch und F. Schaack.

3) K. Siegl, Elektrotechn. Zeitschr. Heft 35. p. 889. 1912.

4) Ein neuerer Vorschlag empfiehlt einen Körnerfritter parallel zur Funkenstrecke. D. R. P. 184708.

5) S. Riefler u. C. Paulus, Elektrotechn. Zeitschr. Heft 34 p. 861. 1910.

Gesichtspunkte für die Wahl der Methode.

Zunahme einer zur Funkenstrecke parallel geschalteten Kapazität bewirkt Abnahme des Öffnungs- und Zunahme des Schließungsfunkens; bei einer bestimmten Kapazität findet man für die Gesamtwirkung beider Funken ein Minimum.

Ergab eine Aufklärung des funktionellen Zusammenhanges von Funkenenergie und Kontaktzerstörung ein Zusammenfallen des Minimums dieser beiden Größen, so war die vorliegende Frage als gelöst zu betrachten, wenn es gelang, für beliebigen Stromkreis a priori die Mittel anzugeben, die die Funkenenergie auf ihr Minimum herabdrücken.

Somit war eine Methode zu finden, mit der die Energie auch sehr kleiner Funken bestimmt werden konnte.

Die wesentlichste Schwierigkeit lag dabei in der großen Inkonstanz des Funkenvorganges, die sich schon beim Arbeiten mit wohl definierter, fester Funkenstrecke zeigt, hier aber noch stärker auftreten mußte, weil die Elektrodenentfernung während des einzelnen Vorganges sich verändert und weil die Anfangsbedingungen zufolge der Oxydation der Kontaktteile wechseln.

Eine weitere Schwierigkeit erwuchs aus der Kleinheit des zu messenden Effektes; zur Kennzeichnung sei der Arbeit vorausgenommen, daß die gemessenen Beträge der Funkenenergie in der Größenordnung von 0,0001 g-cal liegen.

Schließlich stellt die Anzahl der Veränderlichen, von denen der Funkenvorgang abhängig ist, nicht die geringste Schwierigkeit der Arbeit dar. Hier machten sich einige Einschränkungen notwendig: Es wurde immer die gleiche Funkenstrecke benutzt, Platiniridium in Luft; auch die Geschwindigkeit des Öffnungs- und Schließungsvorganges wurde im allgemeinen konstant gehalten. Dagegen wurden die Stromkreisverhältnisse mit Einschluß des als Funkenlöschmittel verwendeten Kondensators in weiten Grenzen, die durch die praktisch vorkommenden Dimensionen von Schwachstromkreisen festgelegt waren, variiert.

Versuche, die *gesamte* Funkenenergie aus der Fläche der Wattkurve, die aus dem mit Hilfe des Oszillographen ge-

messenen Strom- und Spannungsverlauf als Funktion der Zeit erhalten wurde¹⁾, zu bestimmen, mußten zunächst an der Kleinheit des gesamten Effektes, also an der Unempfindlichkeit der Methode scheitern. Bei Anwesenheit eines Kondensators müssen sie, wegen einer besonderen Entladungsform des Öffnungsfunkens, prinzipiell resultatlos verlaufen, wie weiter unten zu zeigen sein wird. Dagegen gelang es, dem zur Messung der Funkenenergie schon mehrfach benutzten²⁾ Luftthermometer eine dem vorliegenden Zwecke entsprechende Form zu geben. Durch Verbindung mit der Toeplerschen Drucklibelle³⁾ wird die Empfindlichkeit des Luftthermometers wesentlich gesteigert. Allerdings war es auch mit dieser Anordnung nicht möglich, die kleinsten Funken individuell zu untersuchen. Durch Anwendung einer hohen Unterbrechungszahl kam man jedoch zu einer Integralmethode, mit der alle Schwierigkeiten überwunden wurden. Die kleinen, einzeln nicht mehr meßbaren Effekte summieren sich zu meßbaren Beträgen; die großen Unregelmäßigkeiten der einzelnen Vorgänge gleichen sich selbsttätig aus, so daß man aus dem Gesamtergebnis einen scharfen mittleren Wert für die Wirkung des einzelnen Funkens herleiten kann.

1) E. Philippi, (vgl. p. 94) kommt bei seinen hohen Energiebeträgen und langandauernden Funken mit dieser Methode zum Ziel.

2) Älteste Anwendung: Snow Harris, Phil. Trans. 157. p. 18. 1827; P. Riess, Pogg. Ann. 40. p. 335. 1837; 43. p. 49. 1838. Die älteren Arbeiten über Funkenenergie untersuchen ausschließlich Funkenentladung mit fester Funkenstrecke (meist Entladung Leidener Flaschen); die Energiebeträge liegen durchweg um mehrere Zehnerpotenzen höher, als im hier vorliegenden Gebiete. Es seien angeführt: A. Paalzow, Pogg. Ann. 127. p. 126. 1866; W. Rollmann, Pogg. Ann. 134. p. 605. 1868; J. Dewar, Proc. Roy. Soc. Edinb. 7. p. 699. 1872; G. Wiedemann, Pogg. Ann. 158. p. 35. 1876; A. Naccari u. M. Bellati, Beibl. 2. p. 720. 1878; A. Naccari, Beibl. 6. p. 599. 1882; E. Villari, Beibl. 3. p. 713. 1879; 4. p. 404. 407. 1880; 5. p. 460. 1881; 6. p. 699. 1882; 7. p. 782. 1883; G. Mugna, Beibl. 6. p. 953. 1882; A. Heydweiller, Wied. Ann. 43. p. 310. 1891; W. Kaufmann, Wied. Ann. 60. p. 653. 1897; A. Batelli u. L. Magri, Physik. Zeitschr. 3. p. 539. 1902; 4. p. 181. 1902; Phil. Mag. (6) 5. p. 1 u. 620. 1903; R. Lindemann, Ann. d. Physik. 12. p. 1012. 1903; P. Leppelmann, Inaug.-Dissert. Münster 1905; W. Stuff, Inaug.-Dissert. Münster 1907.

3) A. Toepler, Wied. Ann. 56. p. 611. 1895.

Erster Teil.

Methode der Energiebestimmung.

a) Der Apparat.

Die Zeichnung des Apparates in Grund- und Aufriß zeigt Fig. 1. Den Hauptteil bilden die beiden Meßgefäße, von denen das eine (*A*) den zu untersuchenden Kontakt enthält, während das andere (*A'*) in üblicher Weise als künstliche Atmosphäre dient, um die Messungen von den Schwankungen des äußeren Luftdruckes unabhängig zu machen. Beide Gefäße sind kugelförmig aus Glas mit einem Rauminhalt von je 70 cm³. Nach hinten tragen sie einen horizontalen Tubus (*E*), mit dem sie in Kerben eines massiven Holzklotzes durch übergelegte Messingbänder befestigt sind. Oben sind die beiden Gefäße zum Druckausgleich durch ein Rohr (*B*) mit Hahn verbunden; außerdem kann jedes Gefäß mit der äußeren Atmosphäre in Verbindung gebracht werden. Nach vorn tritt aus den Gefäßen das Verbindungsrohr (*C*) mit der Toeplerschen Drucklibelle heraus. Unten ist je ein Schliff (*D*) eingesetzt, durch den man in das Innere der Gefäße gelangen kann.

In das eine Gefäß war der Kontakt so einzubauen, daß er eine sehr hohe Unterbrechungszahl ermöglichte, ohne daß dabei im Gefäß Druckschwankungen auftraten. Zu diesem Zwecke wurde in dem Befestigungstubus (*E*) des Gefäßes ein Eisenrohr eingekittet, das nach beiden Seiten mit einem Eisen- deckel abgeschlossen war. Durch Durchbohrungen dieser Deckel wurde horizontal eine Stahlachse (*F*) von 9 cm Länge und 3 mm Dicke geführt und gegen die Deckel noch einmal durch kleine Stahlscheibchen abgedichtet. In das Eisenrohr eingegossenes Quecksilber bewirkt einen absolut dichten Abschluß des Meßgefäßes gegen die äußere Atmosphäre so, daß auch bei sehr schnellen, ruckweisen, rotierenden Bewegungen der Achse Kommunikation zwischen innen und außen nicht eintritt und im Gefäße Druckschwankungen nicht zu bemerken sind. Übertritt des Quecksilbers wird bei sorgfältiger Achsenführung durch die Oberflächenkräfte verhindert.

Das Ende dieser Stahlachse trägt im Innern des Gefäßes einen kleinen Hebel (*G*) aus Stahl, rechtwinklig zur Achse,

vertikal nach oben fest aufgeschraubt. Am Ende dieses Hebelchens ist der eine Kontaktteil, eine kleine, halbzyklindrische

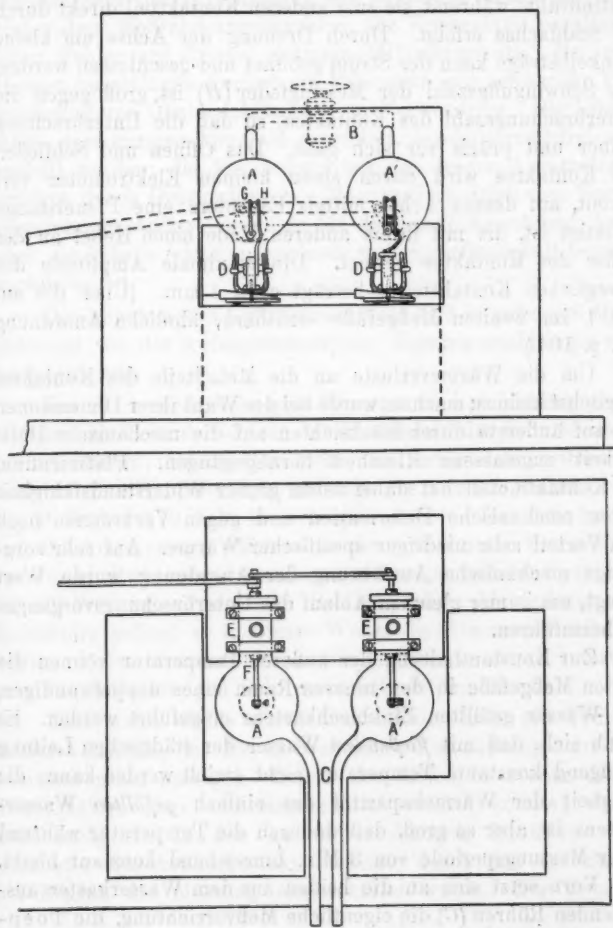


Fig. 1.

Maßstab 1:4.

Kuppe aus Platiniridium aufgesetzt. Der andere, ganz gleiche Kontaktteil sitzt oben am Ende einer harten Messingfeder (II),

die in den Schliff (*D*) unten fest eingekittet ist; die Stromzuführung geschieht durch einen in den Schliff eingeschmolzenen Platindraht, während sie zum anderen Kontaktteil direkt durch die Stahlachse erfolgt. Durch Drehung der Achse um kleine Winkelbeträge kann der Strom geöffnet und geschlossen werden. Die Schwingungszahl der Messingfeder (*H*) ist groß gegen die Unterbrechungszahl des Kontaktes, so daß die Unterbrechung sauber und präzise vor sich geht. Das Öffnen und Schließen des Kontaktes wird durch einen kleinen Elektromotor vermittelt, auf dessen Achse mittels Exzenters eine Pleuelstange befestigt ist, die mit ihrem anderen Ende einen Hebel an der Achse des Kontaktes bewegt. Die maximale Amplitude des beweglichen Kontaktteiles beträgt etwa 4 mm. (Über die auf Fig. 1 im zweiten Meßgefäße sichtbare, ähnliche Anordnung vgl. p. 104.)

Um die Wärmeverluste an die Metallteile des Kontaktes möglichst klein zu machen, wurde bei der Wahl ihrer Dimensionen bis auf äußerste durch Rücksichten auf die mechanische Haltbarkeit zugelassene Kleinheit herabgegangen. Platiniridium als Kontaktmetall hat dabei neben großer Widerstandsfähigkeit gegen mechanische Deformation und gegen Verbrennen noch den Vorteil sehr niedriger spezifischer Wärme. Auf sehr sorgfältige mechanische Ausführung der Anordnung wurde Wert gelegt, um immer gleichen Ablauf des Unterbrechungsvorganges herbeizuführen.

Zur Konstanthaltung der äußeren Temperatur können die beiden Meßgefäße in den inneren Raum eines doppelwandigen, mit Wasser gefüllten Zinkblechkastens eingeführt werden. Es ergab sich, daß mit *fließendem* Wasser der städtischen Leitung genügend konstante Temperatur nicht erzielt werden kann; die Trägheit der Wärmekapazität des einfach *gefüllten* Wasserkastens ist aber so groß, daß dadurch die Temperatur während einer Messungsperiode von 3 Min. hinreichend konstant bleibt.

Vorn setzt sich an die beiden aus dem Wasserkasten austretenden Röhren (*C*) die eigentliche Meßvorrichtung, die Toepfersche Drucklibelle an. Sie besteht aus einem unter schwachem Winkel geknickten 3 mm weiten Glasrohr, das in einer Vertikalebene so angebracht ist, daß seine beiden Schenkel symmetrisch zur Vertikalen aufsteigen. Der Knickungswinkel beträgt gegen die

Horizontale gemessen $5^{\circ}50'$. Als Sperrflüssigkeit der Libelle dient in üblicher Weise ein etwa 14 cm langer Faden aus Xylol. Die Ablesung der Verschiebung des Meniskus erfolgt auf einer hinter dem Meßrohr angebrachten, zur Vermeidung parallaktischer Fehler auf Spiegel geätzten Millimeterskala. Bei sehr kleinen Ausschlägen kommt ein Mikroskop mit schwacher Vergrößerung und Okularmikrometer zur Verwendung. Die Libelle mußte vom übrigen Apparate gesondert, erschütterungsfrei aufgestellt werden; die Verbindung mit den beiden Ansatzröhren erfolgte durch Druckschlauch. Man verliert dabei den Vorteil gemeinsamer Außentemperatur für die ganze Anordnung, kann aber die Libelle leicht auswechseln und Sperrflüssigkeit bequem nachfüllen.

Die Angaben des Luftthermometers sind in geringem Maße abhängig von der Anfangstemperatur, dagegen unabhängig vom Anfangsdruck.

Um die erforderliche gute Konstanz und gleichzeitig große willkürliche Veränderlichkeit der Tourenzahl des Unterbrechers herbeizuführen, wurde das Feld des Unterbrechermotors — eines kleinen Hauptstrommotors von Siemens & Halske von $\frac{1}{16}$ P. S. bei 110 Volt Betriebsspannung — für sich kräftig (mit 0,5 Amp.) erregt, während an den Anker unter Vermeidung von Vorschaltwiderstand eine durch Abzweigen variable Spannung (bis 40 Volt) gelegt wurde.¹⁾ Bei sorgfältiger Behandlung des Kollektors gelingt es in dieser Weise, die Tourenzahl bis auf 1 Proz. konstant zu erhalten, während sie in einem Intervall von 1—40 Touren pro Sek. verändert werden kann.

Vom Motor wurde mit Schraube ohne Ende ein Tourenzähler betrieben, der die in bestimmter Zeit zurückgelegte Gesamtourenzahl anzeigte. Durch den Hebel, mit dem dieser Tourenzähler aus- und eingeschaltet werden konnte, wurde gleichzeitig ein in den zu untersuchenden Stromkreis geschalteter Quecksilberkontakt betätigt, durch den der Strom bei Beginn der Messung eingeschaltet wurde. Der Touren-

1) Es genügt nicht die Tourenzahl des Hauptstrommotors durch Vorschaltwiderstand herabzusetzen; schon bei 14 Touren pro Sek. bringen dann kleine Unregelmäßigkeiten, z. B. an den Bürsten Schwankungen in der Tourenzahl bis 40 Proz. hervor.

zähler gab dann sofort die während einer Messungsperiode erfolgte Anzahl von Unterbrechungen, also die Funkenanzahl an.

Um beliebig nur den Öffnungs- oder nur den Schließungsfunken untersuchen zu können, wurde auf der Motorachse ein weiterer Unterbrecher angebracht, der kurz vor oder nach Öffnung oder Schließung des Kontaktes im Luftthermometer geöffnet oder geschlossen wird. Er besteht aus einer mit Kupfer bekleideten Walze aus Vulkanfiber; auf der einen Hälfte ist das Kupfer zum Teil ausgespart, so daß die eine der beiden Schleiffedern, die die Stromzuführung vermitteln, abwechselnd auf Kupfer und isolierender Vulkanfiber schleift. Der Unterbrecher ist auf der Achse verdrehbar und wird derart festgestellt, daß er im gewünschten Augenblick, also vor oder nach dem Untersuchungskontakt Öffnung oder Schließung besorgt.

b) Meßmethode und Eichung des Apparates.

Der Apparat gestattet es, eine beliebige Anzahl von Öffnungs- oder Schließungsfunken (1—40 pro Sek.) im geschlossenen Raume eines Luftthermometers hervorzubringen und die durch den Wärmeinhalt der Funken bewirkte Druckerhöhung des abgeschlossenen Luftvolumens an der Drucklibelle zu messen.

Meßbare Druckschwankungen treten bei Bewegung des Kontaktes auch bei hoher Tourenzahl nicht auf, wenn der Strom ausgeschaltet ist. Auch die durch Reibung der Kontaktteile entwickelte Wärmemenge bleibt unmeßbar. Bei dauernd geschlossenem Kontakte hat die in den Kontaktteilen vom Strom entwickelte Joulesche Wärme in der Zeitdauer einer Messungsperiode ebenfalls keinen meßbaren Einfluß; (die untersuchten Ströme erreichten nur in seltenen Fällen 1 Amp.).

Der Libellenausschlag unter dem Einflusse der Funkenwärme als Funktion der Zeit ergibt eine Kurve, die mit kontinuierlich abnehmender Neigung einem bestimmten Grenzwerte zustrebt, der durch den Gleichgewichtszustand zwischen der pro Sekunde entwickelten und der abgeführten Wärmemenge bedingt ist. Der Libellenausschlag gibt den Druck, die mittlere Temperatur und den Wärmeinhalt im Meßgefäße zu jeder Zeit an. Da es verhältnismäßig lange (5—10 Min.) dauert, ehe

der stationäre Zustand eintritt, mußte darauf verzichtet werden, ihn bei den Messungen zum Grunde zu legen. Als Bestimmungsstück für die Funkenenergie wurde deshalb der *Libellenausschlag nach immer derselben Zeit* und zwar nach 3 Min. verwendet. Der Ausschlag des Meßfadens hat dann schon einen Betrag erreicht, der nahe am stationären Zustande liegt, während äußere thermische Gänge in dieser Zeit noch genügend klein sind.

Bei konstanter Tourenzahl (etwa 14 pro Sek.) werden Tourenzähler und untersuchter Strom eingeschaltet und nach 3 Min. wieder abgeschaltet. Der Libellenausschlag als Funktion der Zeit wird durch Ablesungen von 15 zu 15 Sek. aufgenommen; der Tourenzähler gibt die gesamte Funkenanzahl an. Der letzte Libellenausschlag ist ein Maß der im Funken freiwerdenden Energie, wobei die Frage noch zu beantworten ist, welcher funktionelle Zusammenhang zwischen Ausschlag und Funkenenergie besteht.¹⁾

Die Eichung des Apparates erfolgte durch Heizströme, die durch einen in das zweite Meßgefäß eingebauten Heizdraht geschickt wurden. Kompensiert die vom Heizdrahte abgegebene Energie während einer Messungsperiode vollkommen den durch die Funkenenergie hervorgerufenen Libellenausschlag, so können, absolut gleiche Wärmeableitungsverhältnisse auf beiden Seiten vorausgesetzt, gesamte Funkenenergie und Heizenergie als gleich angenommen werden. Die Schwierigkeit lag in der Erzielung einer guten Kompensation, also in der richtigen Auswahl des Heizdrahtes und seiner Träger. Diese Auswahl geschah auf empirischem Wege durch vielfache Versuche. Die wichtigsten Bedingungen sind: Verwendung eines sehr kurzen, dünnen Heizdrahtes und Anpassung seiner Träger in Dimension und Material an die Kontaktteile des untersuchten Kontaktes. Ein Eisen- und ein Messingstäbchen, die unten durch ein kleines, rechteckiges Stück Hartgummi getrennt sind, tragen oben je eine kleine Platiniridiumkuppe; zwischen beiden Kuppen ist der Heizdraht aus Platin von 3,5 mm Länge und 0,03 mm Dicke mit Weichlot angelötet, ziemlich straff aus-

1) In dieser Form wurde die Methode im Februar 1911 der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften vorgelegt; Berichte der Gesellschaft math.-phys. Klasse 63. p. 258 ff.

gespannt. Rotglut zeigt der Draht bei 0,64 Amp. Um die im Funkengefäße durch die Bewegung des Kontaktes bewirkte Durchrührung der Luft auch hier einzuführen, wurde die Heizvorrichtung auf eine Stahlachse, die durch den Befestigungstubus des zweiten Gefäßes (A' vgl. Fig. 1) mit Quecksilberdichtung geführt wurde, aufgeschraubt. Durch eine Exzenterstange wurde die zweite Achse vom Unterbrechermotor in gleicher Weise bewegt, wie die des Kontaktes.

Mit Hilfe dieser Heizvorrichtung konnte durch einen vorher richtig einregulierten Heizstrom die Funkenwirkung bis zum Eintritte des stationären Zustandes (also während 6 Min. und länger) fast vollständig kompensiert werden. Eine Änderung des Heizstromes um etwa 1,5 Proz. gibt schon eine beträchtliche Abweichung von der Kompensation.

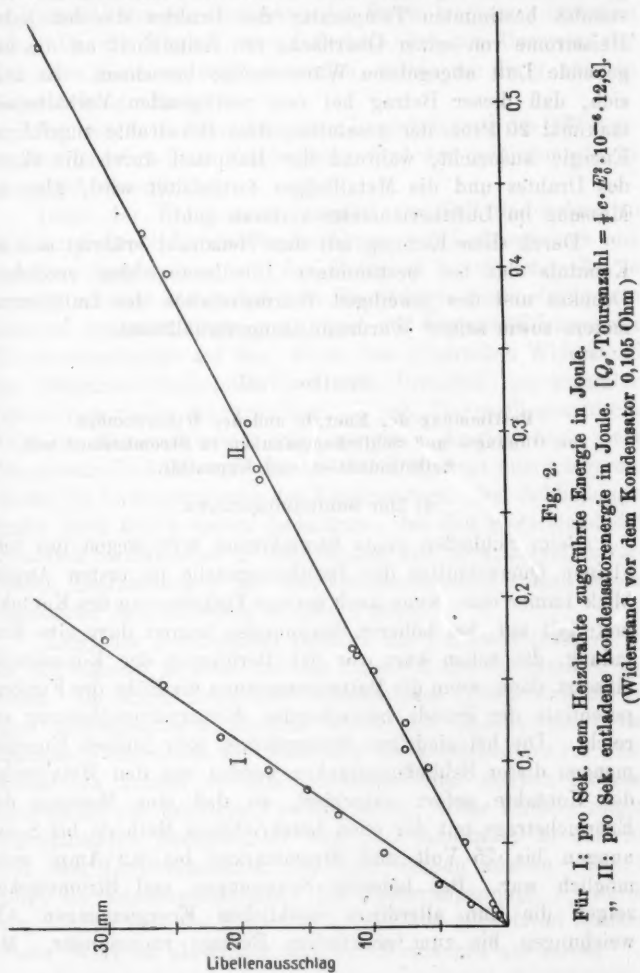
Die Ergebnisse der Eichung finden sich in Tab. 1. Messung von Strom und Spannung erfolgte mit Präzisionsinstrumenten von Siemens & Halske; die in der Tabelle gegebenen Werte sind durch Abzug der auf die kurzen Zuleitungen entfallenden Spannungs- und durch das Voltmeter gehenden Stromanteile berichtigt. Die letzte Spalte bringt den Ausschlag der Libelle des Luftthermometers in Millimetern nach 3 Min.

Tabelle 1.

i Amp.	e Volt	$e \cdot i$ Watt	a mm
0,391	0,448	0,175	30,5
0,371	0,399	0,147 ₆	26,1
0,344	0,335	0,115	21,8
0,323	0,295	0,0951 ₆	18,4
0,308	0,271	0,0835	15,3
0,290	0,237	0,0688 ₆	13,2
0,248	0,182	0,0452	9,6
0,197	0,129	0,0253 ₆	5,8
0,148	0,088	0,0180	2,7

Der Libellenausschlag a ergibt sich als proportional der in der Zeiteinheit dem Heizdraht zugeführten Energie (vgl. die

gerade Linie Kurve I Fig. 2). Daraus folgt die Berechtigung bei den Messungen auf den völligen Eintritt des stationären



Zustandes verzichten und den nach 3 Min. erreichten Libellen-
 ausschlag verwenden zu dürfen.

Unter bekannten Annahmen über die Abkühlung elektrisch geheizter Drähte¹⁾ läßt sich aus der mit Hilfe des Widerstandes bestimmten Temperatur des Drahtes die bei jedem Heizstrom von seiner Oberfläche pro Zeiteinheit an die umgebende Luft abgegebene Wärmemenge berechnen. Es zeigt sich, daß dieser Betrag bei den vorliegenden Verhältnissen maximal 20 Proz. der gesamten, dem Heizdrahte zugeführten Energie ausmacht, während der Hauptteil durch die Enden des Drahtes und die Metallträger fortgeleitet wird, also der Messung im Luftthermometer verloren geht.

Durch diese Eichung mit dem Heizdraht erübrigt sich die Kenntnis des bei bestimmtem Libellenausschlag erreichten Druckes und des jeweiligen Wärmeinhaltes des Luftthermometers sowie seiner Wärmeableitungsverhältnisse.

Zweiter Teil.

Bestimmung der Energie und des Widerstandes von Öffnungs- und Schließungsfunken in Stromkreisen mit Selbstinduktion und Kapazität.

a) Der Schließungsfunke.

Beim Schließen eines Stromkreises tritt wegen des sehr kleinen Querschnittes der Berührungsstelle im ersten Augenblick immer eine, wenn auch geringe Verbrennung des Kontaktmaterials auf; bei höheren Spannungen kommt dazu eine Entladung, die schon kurz vor der Berührung der Kontaktteile einsetzt, dann, wenn die Batteriespannung die Höhe des Funkenpotentials der gerade herrschenden Elektrodenentfernung erreicht. Die bei niedrigen Stromstärken sehr kleinen Energiemengen dieser Schließungsfunken werden von den Metallteilen der Kontakte sofort absorbiert, so daß eine Messung des Energiebetrags mit der eben beschriebenen Methode bei Spannungen bis 75 Volt und Stromstärken bis 0,5 Amp. nicht möglich war. Bei höheren Spannungen und Stromstärken zeigen die nun allerdings merklichen Energiemengen Abweichungen bis zum zehnfachen Betrage voneinander. Mit

1) O. Tumlirz u. A. Krug, Änderung des Widerstandes galvanisch glühender Drähte mit der Stromstärke, Wiener Sitzungsber. 95. II. p. 1014 bis 1047. 1887.

wachsender Stromstärke und Spannung nehmen diese Funken zu, eingeschaltete Selbstinduktion macht sie kleiner, weil diese im Momente des Stromschlusses den Strom langsamer ansteigen läßt. Da die Funken erst außerhalb des zur Untersuchung stehenden Gebietes meßbar werden, wurde von ihrer näheren Untersuchung abgesehen.

Von einem im Stromkreise zur Unterdrückung des Öffnungsfunkens angebrachten Kondensator wird der Schließungsfunke wesentlich beeinflusst.¹⁾

Liegt der Kondensator parallel zur Selbstinduktion, so tritt im Augenblicke des Stromschlusses ein Ladungsstrom auf, der den Kondensator auf das Potential der Stromquelle zu bringen bestrebt ist; je mehr der Hauptstrom seinen stationären Zustand annimmt, desto mehr sinkt die Potentialdifferenz der Kondensatorbelege auf den, durch den Ohmschen Widerstand der Selbstinduktionsspulen bedingten Bruchteil des gesamten Spannungsabfalles des Stromkreises herab. Das oszillographische Bild des Stromschlusses zeigt normalen Anstieg nach einer Exponentialfunktion, mit der im ersten Moment übergelagerten Zacke des Ladungsstromes des Kondensators. Der Schließungsfunke wird durch diesen Ladestrom, der den Widerstand des gesamten Stromkreises zu überwinden hat, nicht merklich verstärkt; Bestimmungen mit dem Luftthermometer zeigen keinen messbaren Energiebetrag solcher Funken.

Liegt der Kondensator parallel zur Funkenstrecke, so ist er bei offenem Kontakt auf das Potential der Stromquelle geladen. Im Augenblicke des Stromschlusses entlädt sich die in ihm aufgespeicherte Energie durch die Kontaktstelle; bei kleinem Widerstande der Zuleitung des Kondensators zur Funkenstrecke kommt es zum Auftreten eines starken Stromes und damit zur kräftigen Funkenbildung. Diese Funken zeigen hinreichenden Energieinhalt und gute Konstanz, so daß sie mit dem Luftthermometer gemessen werden können. Tab. 2 zeigt die Messungsergebnisse. Die Batteriespannung E_0 wurde von 8—110 Volt, die Kapazität von 0,1—31 Mikrofarad variiert. Jeder Wert ist als Mittel aus drei Messungen gewonnen.

1) Die beim Öffnen auftretenden elektrischen Schwingungen mögen beim erneuten Stromschluß abgeklungen sein.

Tabelle 2.

E_0 Volt	Mikrofarad	$\frac{1}{2} c \cdot E_0^2 \cdot 10^{-6}$ Joule	Wärmemenge pro Sek.	a mm
110	0,1	0,00061	0,0078	0,5
63	2	0,00397	0,0508	3,2
110	2	0,0121	0,155	10,2
37,4	12	0,00838	0,107	8,0
46,5	12	0,0130	0,166	11,4
63	12	0,0238	0,305	19,9
8	24	0,00075	0,0096	0,9
25	24	0,00750	0,0960	6,0
33,2	24	0,0132	0,169	11,8
42	24	0,0211	0,270	18,8
50,6	24	0,0309	0,395	26,0
55	24	0,0360	0,460	31,0
58,9	24	0,0416	0,532	36,0
8	31	0,00099	0,0127	1,0
25	31	0,0097	0,124	7,8
37,4	31	0,0217	0,277	19,1
46	31	0,0329	0,420	28,0

Es ergibt sich Proportionalität zwischen der im Kondensator aufgespeicherten Gesamtenergie:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot c \cdot E_0^2 \cdot 10^{-6} \quad (c \text{ Kapazität in Mikrofarad})$$

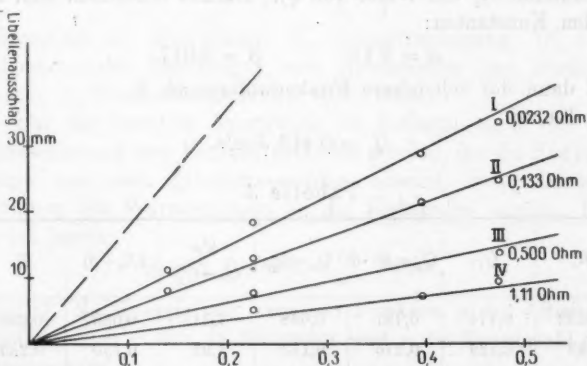
und dem Libellenausschlag a . Die gerade Linie (Kurve II, Fig. 2) zeigt diese Abhängigkeit; als Abszisse ist zum Vergleich mit der Eichkurve (I) die in einer Sekunde freiwerdende Kondensatorenergie gewählt, also Q multipliziert mit 12,8, der Tourenzahl des Unterbrechers (Spalte 4 in Tab. 2). Die geringere Neigung der Kurve II gegenüber der Eichkurve erklärt sich aus größeren Wärmeverlusten beim Funken an die Elektroden, besonders aber daraus, daß ein beträchtlicher Teil der Kondensatorenergie in den Zuleitungen vom Kondensator zur Funkenstrecke verbraucht wird. Verändert man den Widerstand dieser Zuleitungen, so bekommt man für höheren Widerstand eine geringere Neigung der Geraden (Fig. 3).

Diese Ergebnisse zwingen zu dem Schlusse, daß sich die Gesamtenergie immer im gleichen Verhältnis auf die Zuleitungen und auf den Funken verteilt, und damit wird die Annahme

eines für den Schließungsfunken in dem untersuchten Intervall konstanten Funkenwiderstandes notwendig. Der Funkenwiderstand R_f wird definiert durch die Beziehung:¹⁾

$$Q_F = R_f \int_0^{\tau} i^2 dt = \int_0^{\tau} i^2 r_f dt$$

wenn Q_F die Funkenenergie, i den Strom, r_f den Funkenwiderstand als Funktion der Zeit und τ die Entladungsdauer darstellt. Dabei wird R_f als ein Ohmscher Widerstand ein-



Q_g · Tourenzahl = pro Sek. entladene Gesamtenergie in Joule.

$Q_g = \frac{1}{2} c \cdot E_0^2 \cdot 10^{-8}$ Tourenzahl = 14,5 Sek⁻¹.

Fig. 3.

geführt, durch den der Funke hinsichtlich seines Energieverbrauchs ersetzt gedacht werden kann.

Bezeichnen wir mit $(R_s + \beta)$ den Widerstand der Zuleitungen vom Kondensator zur Funkenstrecke, wobei β den der direkten Messung nicht zugänglichen Widerstand der Verbindung von Klemmen und Belegen des Kondensators darstellt,²⁾ mit Q_g die gesamte entladene Energie, mit $Q_F = \alpha \cdot Q_g$

1) A. Jollos, Jahrb. d. drahtl. Telegraphie u. Telephonie 1. p. 233. 1907.

2) Zur Verwendung kamen technische Glimmerkondensatoren der Firma Ernst Ruhmer (Berlin); sie sind in Holzkästen eingebaut, mit Paraffin vergossen; Zuschaltung der Unterabteilungen geschieht durch Stöpsel; Prüfspannung 800 Volt; die Kapazität konnte im Intervall von 0,001 bis 31 M.F. variiert werden.

die Funkenenergie, wobei in dem Faktor α die Tatsache zum Ausdruck kommt, daß der Funke einen anderen Energiebetrag an die Elektroden abgibt, als der Heizdraht, so ergibt sich der Ansatz:

$$R_f = (R_s + \beta) \frac{\alpha \cdot Q_f}{Q_s - \alpha \cdot Q_f}$$

Q_f ist als Abszisse für den gleichen Libellenausschlag aus der Eichkurve zu entnehmen. So bekommen wir für einen bestimmten Wert von Q_s aus Fig. 3 für die vier Zuleitungswiderstände R_s vier Werte von Q_f . Daraus berechnen sich die beiden Konstanten:

$$\alpha = 2,13 \qquad \beta = 0,017$$

und dann der scheinbare Funkenwiderstand R_f .

Es sei

$$Q_s = 0,419 \text{ Joule.}$$

Tabelle 3.

R_s	Q_f	$Q_F = Q_f \cdot \alpha$	$Q_s - Q_F$	$\frac{Q_F}{Q_s - Q_F}$	$(R_s + \beta)$	R_f
0,0232	0,174	0,781	0,048	7,71	0,0397	0,298
0,133	0,129	0,276	0,143	1,93	0,150	0,289
0,500	0,0732	0,156	0,263	0,592	0,517	0,307
1,11	0,0419	0,089 ₁	0,330	0,271	1,12	0,304

Es ergibt sich also ein für das untersuchte Gebiet konstanter scheinbarer Widerstand des durch Kondensatorentladung gebildeten Schließungsfunkens:

$$R_f = 0,300 \text{ Ohm (Fehler noch nicht 5 Proz.)}$$

Durch den Faktor α werden auch die vom Luftthermometer nicht gemessenen Energieverluste des Funkens (Licht-, Schall-, Ionisationsarbeit) berücksichtigt. Stuff¹⁾ gibt an, daß diese Verluste bei geringen Vorschaltwiderständen bis zu 30 Proz. der Gesamtenergie betragen können. Die vorliegenden Messungen sind mit den früheren Angaben über die Energie von Kondensatorfunken²⁾ schwer vergleichbar; zunächst, weil so

1) W. Stuff, Wärme und Energie von Kondensatorfunken. Inaug.-Diss. Rostock 1907.

2) Vgl. z. B. A. Heydweiller, Ann. d. Phys. 19. p. 649. 1906.

kleine Funken energetisch noch nicht untersucht worden sind¹⁾, und dann, weil bei fester Funkenstrecke, mit der bisher immer gearbeitet worden ist, der Kondensator nie vollkommen entladen wird.

Es gelingt also, die im Schließungsfunken bei einer zur Funkenstrecke parallel liegenden Kapazität auftretende Energie im absoluten Maße aus den Stromkreiskonstanten zu berechnen:

$$Q_F = Q_f \cdot \alpha = \frac{\frac{1}{2} c \cdot E_0^2 \cdot 10^{-6}}{\left(1 + \frac{R_s + \beta}{R_f}\right)} \text{ Joule.}$$

c Kapazität in Mikrofarad; E_0 Batteriespannung; $(R_s + \beta)$ Widerstand der Zuleitungen vom Kondensator zur Funkenstrecke; R_f Funkenwiderstand = 0,300 Ohm.

Für die benutzte Anordnung ist dadurch auch für die Funkenmessung eine Eichung gefunden worden, die die Funkenenergie aus dem Libellenausschlag absolut unter Berücksichtigung der Wärmeverluste an die Elektroden angibt. Die Formel lautet:

$$Q_F = a \cdot 0,00082 \cdot \frac{14,5}{n} \text{ Joule,}$$

wobei Q_F die Energie des einzelnen Funkens, a der Libellenausschlag nach 3 Min. in Millimeter und n die Tourenzahl des Unterbrechers ist.

Es wurde nun noch bei bestimmter Spannung und Kapazität, aber bei verschiedenen Tourenzahlen die Energie des Schließungsfunkens bestimmt. Dabei ergab sich:

$$E_0 = 61,5 \text{ Volt, } c = 15 \text{ Mikrof.,}$$

n (Tourenzahl pro Sek.)	a	$\frac{14,5}{n}$	Q_F
12,6	20,7	1,15	$194 \cdot 10^{-4}$
8,55	13,9	1,69	$192 \cdot 10^{-4}$
4,04	6,7	3,59	$196 \cdot 10^{-4}$

Die Angaben des Apparates sind also in weiten Grenzen von der Tourenzahl des Unterbrechers unabhängig, ebenso wie Energie und Widerstand des Schließungsfunkens von der Geschwindigkeit des Stromschlusses, die sich ja mit Änderung der Tourenzahl des Unterbrechermotors ebenfalls ändert.

1) W. Stuff (l. c.) untersucht Funken, die ihrer Energieentwicklung nach 10—100 mal so groß sind.

b) Der Öffnungsfunke (ohne Kapazität).

Während beim Schließungsfunken immer scharf begrenzte Energiemengen zur Verfügung stehen, liegen die Verhältnisse beim Öffnungsfunken insofern kompliziert, als die Batterie, deren Stromkreis unterbrochen wird, eine Energiequelle von beliebiger Ergiebigkeit darstellt. Im Öffnungsfunken entlädt sich nicht nur die Energie des elektromagnetischen Feldes sondern während der Funkendauer liefert auch die Batterie Energie in den Stromkreis und damit in den Funken, so daß bei langsamer Stromöffnung beliebige Energiemengen im Funken auftreten können. Die Funkenenergie wird damit eine Funktion der Geschwindigkeit der Kontaktöffnung, sie ist abhängig vom Elektrodenmaterial und umgebenden Gase nach ihrer Tendenz, das Zustandekommen eines Lichtbogens zu fördern. Die Formulierung eines Ausdruckes für die Energie des Öffnungsfunkens wird also Kenntnis des zeitlichen Verlaufes des Öffnungsvorganges zur Voraussetzung haben.

Zu einer Beschreibung dieses Verlaufes gelangt Leo Arons¹⁾, indem er für den Widerstand während der Unterbrechung die willkürliche Funktion:

$$w = w_0 \frac{\tau}{\tau - t}$$

annimmt. Der Widerstand nimmt also während der Unterbrechungszeit τ von w_0 bis ∞ zu. Man sieht, daß dabei der Öffnungsfunke als ein Lichtbogen²⁾ aufzufassen ist, der bei kontinuierlich wachsender Bogenlänge schließlich verlischt.

Eine ganz andere Auffassung vom Wesen des Öffnungsfunkens vertreten Johnson³⁾ und Lampa.⁴⁾ Johnson bekämpft die Aronssche Anschauung, insbesondere die Behauptung, daß die Batterie während der Funkendauer noch wirksam sei. Beide Verfasser gehen von der Betrachtung eines Stromkreises aus, in dem parallel zur Funkenstrecke ein Kondensator liegt. Sie berechnen die an den Belegen dieses Kondensators beim Unterbrechen auftretende (oszillatorische) Spannungsdifferenz und zwar so, wie wenn sich die gesamte

1) L. Arons, Wied. Ann. 63. p. 177. 1897.

2) L. Arons gebraucht diesen Ausdruck selbst nicht.

3) K. R. Johnson, Ann. d. Phys. 2. p. 179 u. 495. 1900.

4) A. Lampa, Wiener Ber. 109. IIa. p. 891. 1900; 110. p. 891. 1901.

Selbstinduktionsenergie des Stromkreises zunächst in den Kondensator entladen würde. Ein Öffnungsfunke tritt nach ihnen dann auf, wenn das Maximum der so berechneten Spannungsdifferenz das Funkenpotential der gerade herrschenden Elektrodenentfernung erreicht; fehlt ein eigentlicher Kondensator, so ist dafür die sehr kleine Kapazität der Elektroden selbst einzusetzen. Es ist zuzugeben, daß auch diese Auffassung unter Umständen den Tatsachen entsprechen kann, nämlich dann, wenn durch sehr rapide Stromöffnung und durch die Konstitution des Kontaktes die Zündung eines Lichtbogens unterdrückt wird.

Das trifft aber keinesfalls immer zu, denn sonst dürfte die Funkenenergie niemals den Betrag der Selbstinduktionsenergie des betreffenden Stromkreises erreichen, viel weniger ihn überschreiten. Bei normaler Stromöffnung ist im letzten Augenblicke der Trennung der Kontaktteile die Berührungsfläche so klein, daß eine genügend starke Erhitzung und damit Lichtbogenzündung zustande kommt. Die ganze Strombahn bleibt während der Funkendauer ein geschlossener Leiter. Bei zunehmender Elektrodenentfernung nimmt der Widerstand der Funkenstrecke zu. Die Selbstinduktionsenergie entlädt sich kontinuierlich durch die leitende Strombahn, bis schließlich bei großer Elektrodenentfernung die nachgelieferte Energie die Leitfähigkeit der Funkenstrecke nicht mehr aufrecht erhalten kann und der Funke abreißt. Während der ganzen Funkendauer liefert aber auch die Batterie des Stromkreises Energie in den Funken. Deshalb kann die Energie von Öffnungsfunken den Betrag der vorhandenen Selbstinduktionsenergie weit übersteigen.

Philippi lehnt in seiner Arbeit¹⁾ den Johnsonschen Standpunkt ab, indem er den Öffnungsfunken ausdrücklich als Lichtbogen von kontinuierlich wachsender Länge auffaßt. Mit Hilfe der Ayrtonschen Gleichung²⁾ zwischen Spannung, Stromstärke und Bogenlänge am Lichtbogen gelangt er durch Bestimmung der Bogenlänge als Funktion der Zeit zur Be-

1) Vgl. p. 94 dieser Arbeit.

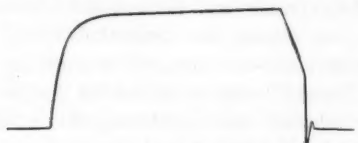
2) H. Ayrton, The Electric arc, London p. 205

$$\left(V = a + bl + \frac{c + dl}{A} \right).$$

rechnung von Ausschaltkurven ($i = f(t)$) für induktionslose Kreise, die mit den von ihm oszillographisch beobachteten Kurven übereinstimmen.

Da diese Methode bei induktiven Kreisen versagt¹⁾ und die Anwendung der Ayrtonschen Gleichung bei den niedrigen Stromstärken und Spannungen, den geringen Funkenlängen und dem anderen Elektrodenmaterial (Platiniridium) der vorliegenden Arbeit problematisch ist, mußte hier ein anderer Weg eingeschlagen werden.

Es wurde bei stark variiert Selbstinduktion, Stromstärke und Spannung eine große Zahl von Ausschaltkurven ($i = f(t)$)



1 mm ~ 0,000125 sec.

Fig. 4.

oszillographisch aufgenommen. Alle ergaben das gleiche Bild; der Strom fällt vom Augenblicke der Unterbrechung an linear von seinem Anfangswerte J_1 bis zu einem bestimmten Werte J_2 ab, bei dem er

und mit ihm der Funke plötzlich abreißt (vgl. Fig. 4).

Der Verlauf der Stromstärke beim Ausschalten wird also dargestellt durch die Beziehung:

$$i = J_1 - a_0 t.$$

Die Konstante a_0 hängt mit der Funkendauer τ und der Abreißstromstärke J_2 durch die Beziehung zusammen:

$$a_0 = \frac{J_1 - J_2}{\tau}.$$

Aus den Oszillogrammen war J_1 , J_2 , τ zu entnehmen und a_0 somit zu berechnen. Die Werte sind in Tab. 4 wiedergegeben. Jeder Wert ist aus 10—20 Messungen als Mittel berechnet; die Einzelwerte zeigen äußerste Abweichungen bis zu 15 Proz., die aus den Unregelmäßigkeiten des einzelnen Vorganges zu erklären sind.

Da Kontakt und Unterbrechungsgeschwindigkeit unverändert blieben, muß a_0 notwendig nur von den Konstanten des unterbrochenen Stromkreises abhängen. Ein Versuch, die

1) E. Philippi gibt für induktive Kreise noch eine graphische Methode an.

dafür maßgebenden Beziehungen herzuleiten, dürfte erst bei sehr umfassendem Beobachtungsmaterial Aussicht auf Erfolg haben. Für den Zweck der vorliegenden Arbeit genügt die Aufindung des nicht allzu komplizierten empirischen Ausdruckes:

$$a_0 = A - \frac{B}{\sqrt{E_0}} + \frac{C \cdot J_1}{E_0 \cdot L},$$

wobei A, B, C Konstante, E_0 die Batteriespannung, J_1 die Stromstärke, L den Selbstinduktionskoeffizienten des unterbrochenen Stromkreises darstellt. Es berechnet sich für die sämtlichen beobachteten Werte bei Veränderung der Stromkreis-konstanten in den in Tab. 4 angegebenen Grenzen:

$$A = 71,7, \quad B = 225, \quad C = 1500.$$

Die Abreißstromstärke ergab sich annähernd konstant im Mittel zu $J_2 = 0,130$; die äußersten Abweichungen betragen 10 Proz.

Die berechneten Werte von a_0 sind in Tab. 5. mit den beobachteten zusammengestellt:

Tabelle 4.

E_0 Volt		$J_1 = 0,500$ a_0 ber. beob.		0,350 ber. beob.		0,269 Amp. ber. beob.	
$L = 0,32$ Henry	109	71	61	65	70	61	72
	84	75	71	68	70	62	63
	66,5	80	84	69	69	63	72
	42,5	93	85	76	82	67	78
	25,5	121	103	92	90	76	72
$L = 0,16$ Henry	109	92	81	79	83	73	63
	84	103	98	87	80	77	74
	66,5	115	117	94	107	82	100
	42,5	147	153	114	133	96	114
	25,5	207	180	155	135	125	124

Während der Unterbrechung gelten nun folgende Beziehungen:

$$i = J_1 - a_0 t \quad \text{Stromstärke,}$$

$$e = E_0 - L \frac{di}{dt} = E_0 + L a_0 \quad \text{Gesamtspannung,}$$

$$r_f = \frac{E_0 + L \cdot a_0}{J_1 - a_0 t} - R$$

Funkenwiderstand,

$$e_f = a_0 (L + R \cdot t)$$

Spannung an der Funkenstrecke,

wenn R der konstante Ohmsche Widerstand des Stromkreises ist.

Der Ausdruck für e_f findet seine Bestätigung durch das abgebildete Oszillogramm (Fig. 5). Die Spannungskurve zeigt im Augenblicke der Stromöffnung den geforderten Sprung um $L a_0$ ¹⁾, dann linearen Anstieg, bis beim Abreißen des Funkens die noch übrige Selbstinduktionsenergie $\frac{1}{2} L J_2^2$ zum Auftreten

einer hohen „Überspannung“ führt, die sich im Oszillogramm als steile Zacke aufzeichnet.

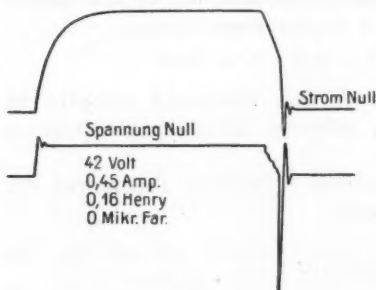


Fig. 5.

Der Funkenwiderstand r_f , den man hier als Funktion der Zeit kennt, wird durch die gleiche Definition eingeführt, wie es für den Schließungsfunken

(p. 109) geschehen ist. Er ist dem willkür-

lichen Aronsschen Ausdruck, der für alle Fälle denselben zwangsläufigen Ablauf des Widerstandes vorschreibt, insofern überlegen, als er den Einfluß der Funkenstrecke und der Stromkreiskonstanten enthält.

Die Johnsonschen Auffassungen treffen für das gesamte hier untersuchte Gebiet offenbar nicht zu.

Mit Hilfe der eben gegebenen Beziehungen berechnet sich die Funkenenergie. Die im Zeitintervall dt freiwerdende Energie ist:

$$dQ_F = e \cdot i dt - R i^2 dt,$$

$$dQ_F = (E_0 + L a_0)(J_1 - a_0 t) dt - R (J_1 - a_0 t)^2 dt.$$

1) Für den abgebildeten Fall berechnet sich dieser Sprung mit der Beobachtung übereinstimmend:

$$E_0 = 42 \text{ Volt}, \quad J_1 = 0,45 \text{ Amp.}, \quad L = 0,16 \text{ Henry},$$

$$a_0 = 130, \quad L a_0 = 21 \text{ Volt}.$$

Die Gesamtenergie ergibt sich durch Integration von $t = 0$ bis $t = \tau$

$$Q_F = \frac{E_0 (J_1 + J_2)}{2} \cdot \tau + \frac{L (J_1^2 - J_2^2)}{2} - \frac{R \cdot \tau}{3} (J_1^2 + J_1 J_2 + J_2^2).$$

Das erste Glied stellt die von der Batterie während der Funkendauer in den Stromkreis gelieferte Energie, das zweite Glied die in der gleichen Zeit freiwerdende Selbstinduktionsenergie dar, während das dritte Glied die von beiden Beträgen im Widerstande des Stromkreises als Joulesche Wärme verbrauchte Energie repräsentiert. Für die numerische Rechnung führt man bequem den Wert von τ ein:

$$Q_F = \frac{(E_0 + L \cdot a_0)}{a_0} \left[\frac{J_1^2 - J_2^2}{2} \right] - \frac{R}{a_0} \left[\frac{J_1^3 - J_2^3}{3} \right] \text{ Joule.}$$

Dieser Ausdruck gestattet es, für beliebig vorgegebene Stromkreisverhältnisse die Energie des Öffnungsfunkens zu berechnen. Für eine Reihe von Werten von E_0 , L , J_1 wurde Q_F berechnet; die Werte werden durch die ausgezogenen Kurven der Fig. 6 dargestellt. Für die gleichen Werte wurde ganz unabhängig davon mit dem Luftthermometer die Funkenenergie experimentell bestimmt. Dabei wurde variiert:

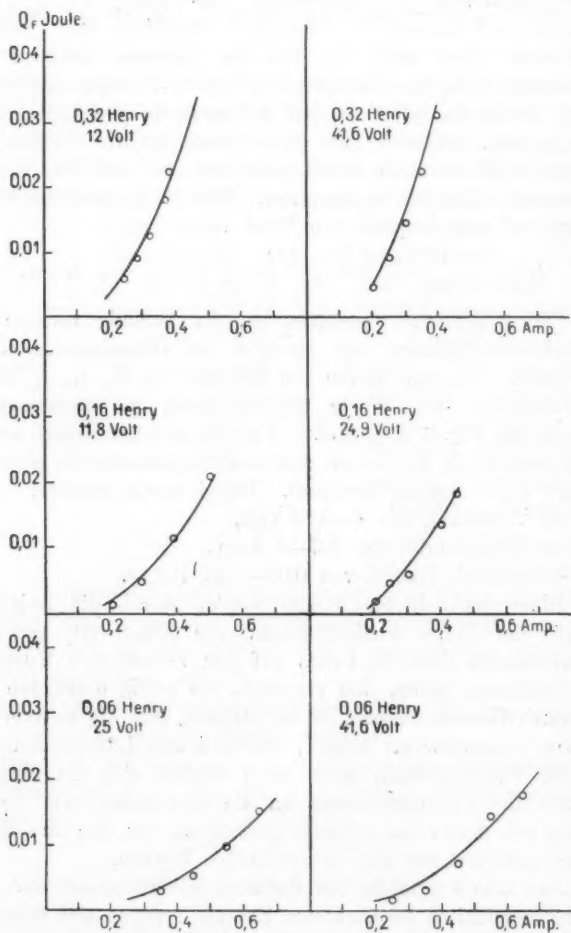
- die Spannung von 4—110 Volt,
- die Stromstärke von 0,2—1 Amp.,
- die Selbstinduktion von 0,06—0,32 Henry.

Diese beobachteten Werte werden durch die isolierten Punkte der Fig. 6 wiedergegeben. Sie liegen mit geringen Abweichungen (Max. 15 Proz.) auf den berechneten Kurven.¹⁾ Als Erklärung dafür, daß sie meist ein wenig unter den berechneten Werten bleiben, ist anzuführen, daß die Formel für Q_F die Gesamtenergie angibt, während das Luftthermometer nur die Wärmewirkung mißt; auch dürften sich die Wärmeverluste des Öffnungsfunkens an die Elektroden, um diesen Betrag von denen des Schließungsfunkens, für den die Eichformel zunächst nur gilt, unterscheiden können.

Aus dem Vergleiche der theoretisch berechneten und der luftthermometrisch beobachteten Energie ergeben sich folgende Resultate:

1) Fig. 7 stellt nur einen kleinen Teil des gesamten beobachteten Materials dar.

Die für den Öffnungsvorgang für Strom und Spannung sowie für die Funkenenergie gegebenen Ausdrücke werden be-



Die ausgezogenen Kurven stellen die theoretisch berechneten, die isolierten Punkte die luftthermometrisch beobachteten Werte dar.

Fig. 6.

stätigt. Die (empirische) Beziehung für a_0 gilt auch noch in einem Gebiet, in dem der Oszillograph wegen seiner Unempfindlichkeit zur Bestimmung versagt. (Die Werte von a_0 für $L = 0,06$ sind nur berechnet und ergeben gleichwohl die richtige Funkenenergie.) Die Methode der Messung mit dem Luftthermometer ist weitaus empfindlicher als die Verwendung des Oszillographen zum gleichen Zwecke.

Die durch Eichung mit Heizdraht und Messung der Energie des Schließungsfunkens gefundene Formel für die absolute Bestimmung der Funkenenergie aus dem Libellen-ausschlag erhält ihre Bestätigung und wird für den Öffnungsfunken anwendbar.

c) Der Öffnungsfunke (mit Kapazität).

Durch einen parallel zum Kontakt oder zur Selbstinduktion in den Stromkreis geschalteten Kondensator läßt sich der Energieinhalt des Öffnungsfunkens verkleinern, so daß er bei genügend großem Kondensator überhaupt verschwindet. Tabelle 5 bringt die mit dem Luftthermometer gemessenen Energiebeträge von Öffnungsfunken für eine Anzahl von Fällen mit verschiedenen J_1 , E_0 und L , wobei der parallel zum Kontakt liegende Kondensator allmählich vergrößert wurde.

Nimmt man für die gleichen Fälle oszillographisch Strom und Spannungsverlauf auf, so findet man schon bei sehr kleinen Kapazitäten (0,001 M. F.) ein, von dem ohne Kondensator erhaltenen wesentlich verschiedenes Kurvenbild. Der Strom fällt dann sofort beim Unterbrechen rapid auf Null. Die Spannungs-kurve zeigt einen ebenso rapiden, sehr hohen Anstieg. Beide Vorgänge verlaufen schneller, als der Eigenschwingungsdauer der Oszillographenschleife entspricht. Dieses Kurvenbild würde darauf hinweisen, daß die gesamte Selbstinduktionsenergie den Kondensator auflädt, während im Funken sehr geringe Energiemengen auftreten. Dagegen gibt die luftthermometrische Messung bei kleinen Kapazitäten noch fast dieselbe, in manchen Fällen sogar eine höhere Funkenenergie an, als ohne Kapazität (Tab. 5). Dieser scheinbare Widerspruch erklärt sich folgendermaßen: Der Kondensator verringert im ersten Augenblicke der Strom-öffnung die Energiedichte an den Elektroden so weit, daß eine

Mikrof.	25,8 Volt				42,0 Volt				63,0 Volt				85,0 Volt				Amperes
	0,250	0,350	0,500	0,650	0,250	0,350	0,500	0,650	0,250	0,350	0,500	0,650	0,250	0,350	0,500	0,650	
0	105	194	408	730	107	230	475	815	121	260	597	890	122	322	690	—	0,32 Henry
0,001	100	185	320	+	101	201	+	+	114	206	+	+	114	208	+	—	
0,01	35,9	92,9	175	267	58	104	181	485	58	103	208	+	64	124	225	381	
0,1	28,7	50	101	168	33	64	109	198	27	53	107	224	32	58	123	227	
0,2	—	9	57	—	—	19	57	—	—	29	74	—	17	38	82	—	
0,3	7,4	7,4	14,8	49	8,4	8,2	16,4	74	6,5	6,6	31	90	7,4	9,0	47,5	121	
0,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
0,5	—	—	—	9,8	—	—	9	33	—	—	9,0	29	—	—	8,2	56	
0,7	6,5	6,5	6,5	7,4	7,4	7,4	8,2	7,4	5,8	6,0	8,2	8,2	7,4	6,0	6,5	8,2	
0	46	80	170	315	49	110	250	395	64	140	300	—	80	190	360	—	0,16 Henry
0,001	31	62	115	+	31	58	143	+	33	64	130	+	41	67	140	+	
0,01	24	37	60	103	25	41	85	126	28	38	72	130	24	42	82	142	
0,1	11,5	16,4	34	72	11	23	68	99	11	18	53	110	9,8	19	45	90	
0,3	6,6	5	6,6	19	7,4	6,6	16	16,5	7,4	6,6	16,4	17	6,2	7,8	16,4	16,4	
0,7	6,6	5	5,8	6,6	6,5	6,6	9	6,6	6,6	6,6	8,2	8,2	6,6	6,6	8,2	8,2	
2,0	—	—	—	—	—	6,6	8,2	6,6	—	—	—	7,4	—	—	6,6	7,4	
31,0	—	—	—	—	—	6,6	8,2	7,4	—	—	—	—	—	—	—	—	
0	16,4	83	105	190	24	61	140	190	25	98	180	280	33	120	228	350	
0,001	24,5	48,5	62	143	29	43	84	179	29	44	74	180	33	53	83	+	
0,01	24,5	48,5	62	75	24,5	41	62	107	24	42	61	82	30	52	65	96	
0,1	12,3	22	45	62	9,8	22	39,5	67	10,7	21	45	60	18	31	50	76	
0,2	10	15	31	43	8,2	9,0	12,3	48,5	8,2	9,8	23	45	15	15	32	50	
0,3	8,2	12,3	9,0	29	7,4	8,2	9,8	24,6	7,4	8,2	38	—	8,2	8,2	10,7	13	
0,7	7,4	12,3	8,2	8,2	—	—	—	9	—	—	—	9,8	—	—	—	—	
1,0	7,4	8,2	7,4	7,4	6,6	7,4	8,2	7,4	6,6	7,4	7,4	8,2	7,4	7,4	8,2	8,2	
Energie von Öffnungsfunkten; Kapazität parallel zur Funkenstrecke.																	Angegeben in: $Q_p \cdot 10^4$.
Die mit + bezeichneten Werte konnten wegen sehr heftiger, stoßweiser Entladung nicht abgelesen werden.																	

Berechnung von Q_p erfolgte nach der Formel: $Q_p = 0,00082 \cdot a$ Joule. — Werte über 300 wurden durch Extrapolation des Libellenausschlags a nach 3 Min. aus einem nach 1—2 Min. eingetretenen Libellenausschlag erhalten.

Lichtbogenzündung unterbleibt. Der Strom wird also rapid unterbrochen und die nun plötzlich insgesamt freiwerdende Selbstinduktionsenergie führt zum Auftreten so hoher Spannungen am Kondensator, daß das Funkenpotential der gerade herrschenden noch kleinen Elektrodenentfernung erreicht wird und so nachträglich ein Funke zustande kommt. Während also der Öffnungsfunke ohne Kapazität durch starke Erhitzung der bei kleinem Querschnitte sich noch berührenden Elektroden eingeleitet wird und somit als eine *Lichtbogenentladung* mit zeitlich zunehmender Bogenlänge aufgefaßt werden muß, wird durch eine bestimmte, relativ kleine Kapazität diese Entladungsform unterdrückt, und an ihre Stelle tritt eine *reine Funkenentladung*, die durch das Auftreten sehr hoher Spannung bei ganz geringer Stromstärke besonders aber dadurch charakterisiert wird, daß die Entladung erst einsetzt, wenn die Elektroden einen zwar kleinen, aber immerhin endlichen Abstand erreicht haben. Da diese Entladungsform möglicherweise mit sehr geringer Schwingungsdauer oszillatorisch verläuft, spricht der Oszillograph auf sie nicht mehr an, während gleichwohl im Funken relativ hohe Energiebeträge auftreten können. Diese Auffassung wird weiter dadurch gestützt, daß die Funkenenergie mit Kapazität (Tab. 5) fast gar nicht von der Spannung E_0 , sondern nur noch von der Selbstinduktionsenergie $\frac{1}{2} \cdot L \cdot J_1^2$ abhängt, so daß sie für die Fälle der Tabelle mit 0,001 M.F. ziemlich genau numerisch diesen Betrag erreicht. Außerdem treten an Stelle der ruhigen Entladungen ohne Kapazität bei kleinen Kapazitäten und hohem $\frac{1}{2} \cdot L \cdot J_1^2$ so heftige, stoßweise Entladungen auf, daß sie mit dem Luftthermometer nicht mehr gemessen werden können (in Tab. 5 mit + bezeichnet). Auch durch bloßes Betrachten der Erscheinung kann man feststellen, daß an Stelle der glänzend weißen lichtbogenähnlichen Öffnungsfunken ohne Kapazität plötzlich bei einer bestimmten Kapazität rötlich leuchtende Entladungen, ähnlich den Funken eines Induktoriums, sich ausbilden. Ein kleiner Lichtbogen tritt allerdings neben dem Funken immer auf, denn auch durch sehr große Kapazität läßt sich der Öffnungsfunke nie vollkommen unterdrücken. Die „kritische Kapazität“, bei der der Übergang von Lichtbogen- zu Funkenentladung bemerkbar wird, liegt etwa bei 10^{-4} M.F.

Mikrof

25,8 Volt

42,0 Volt

63,0 Volt

85,0 Volt

Ist die Kapazität größer, so trifft die Johnsonsche Anschauung vom Öffnungsfunken zu; es ist aber nicht zulässig, wie Johnson es tut, dieselbe Auffassung einfach auf den Funken unterhalb der „kritischen Kapazität“ auszudehnen.

Für einen Kondensator, der die Zündung eines Lichtbogens unterdrückt, wird der Spannungsverlauf beim Öffnen durch den Ausdruck gegeben:

$$(1) \quad E = \frac{E_0}{C \cdot R \cdot \beta} \cdot e^{-\alpha t} \sin \beta t$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad \beta = \frac{\sqrt{1 - \frac{CR^2}{4L}}}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Das Spannungsmaximum:

$$(2) \quad E_m = \frac{E_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot e^{-\frac{\alpha}{\beta} \arctan \frac{\beta}{\alpha}}$$

tritt nach der Zeit:

$$(3) \quad t = \frac{1}{\beta} \arctan \frac{\beta}{\alpha}$$

ein. Natürlich braucht nicht, wie Johnson annimmt, dieses Maximum E_m erreicht zu werden, damit Funkenentladung ein-

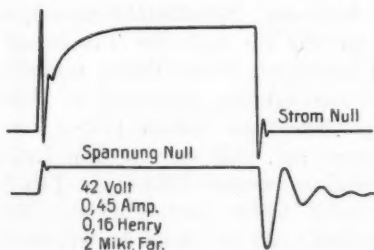


Fig. 7.

tritt; es genügt, daß E (1) den Wert des Funkenpotentials der gerade herrschenden Elektrodenentfernung erreicht. Bei großer Kapazität steigt die Spannung so langsam an, daß dieser Fall überhaupt nicht eintritt, dann unterbleibt ein Funke. Fig. 7 zeigt

das Oszillogramm eines solchen Vorganges, mit den dabei auftretenden (durch Formel 1 beschriebenen) stark gedämpften Schwingungen.¹⁾ Kennt man die Elektrodenentfernung als

1) $J_1 = 0,45$ Amp.; $E_0 = 42$ Volt; $L = 0,16$ Henry;
 $C = 2$ M. F.; $E_m = 125$ Volt (nach 2 ber.).

Funktion der Zeit, sowie das zu jeder Entfernung gehörige Funkenpotential, so kann man mit Hilfe des Ausdruckes (1) die Entladungsspannung und den Zeitpunkt des Eintritts der Entladung angeben. Wieviel nun aber von der gesamten Energie durch die Funkenstrecke entladen wird, das dürfte nicht einfach zu berechnen sein.

Dagegen gelingt es, die Kapazität anzugeben, bei der die Funkenentladung gerade unterbleibt. Die Beziehung zwischen Funkenpotential V und Elektrodenentfernung s ist linear:

$$(4) \quad V = 1200 + 3600 s^1. \quad (s \text{ in mm; } V \text{ in Volt}).$$

s als Funktion der Zeit ist für den fraglichen Kontakt zu bestimmen; ist c die Trennungsgeschwindigkeit der Elektroden, so ist $s = ct$, wobei c für die kleinen Zeiten, die bis zum Eintritt der Funkenentladung verfließen, als konstant angenommen werden kann. Aus der Tourenzahl des Motors und den Übersetzungsverhältnissen berechnet sich für die vorliegende Anordnung $c = 114 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-1}$. Also:

$$(5) \quad V = a + bt = 1200 + 410000 t.$$

Schneidet diese gerade Linie die durch (1) dargestellte Kurve, so tritt ein Funke auf; aus einer Bedingung dafür, daß die beiden Kurven sich nicht mehr schneiden, ergibt sich eine Gleichung für die Kapazität, die die Funkenentladung gerade unterdrückt. Statt (1) müssen wir die allerdings nur grobe Näherung verwenden

$$(6) \quad E = \frac{E_0}{C \cdot R} [t - at^2]$$

Aus Gleichsetzung von (5) und (6) folgt eine quadratische Gleichung für die Abszisse t des Schnittpunktes beider Kurven. Das Verschwinden ihrer Diskriminante gibt die gesuchte Bedingung dafür, daß (5) Tangente von (6) wird:

$$(7) \quad \left[\frac{C \cdot R \cdot b - E_0}{a \cdot E_0} \right]^2 - 4 \frac{a \cdot C \cdot R}{a \cdot E_0} = 0$$

Damit finden wir die Kapazität, bei der der Funke gerade nicht mehr auftritt:

$$(8) \quad C_m = \frac{1}{b^2 L} [J_1 L b + a \cdot E_0 - \sqrt{2 J_1 \cdot L \cdot b \cdot a \cdot E_0 + a^2 E_0^2}]$$

1) J. J. Thomson, Conduction of electricity through Gases, Sec. Ed. Cambridge. p. 440 u. 466. 1906.

(das positive Wurzelzeichen ergibt negatives t). Für zwei Grenzfälle berechnet sich der Wert von C_m :

$$\begin{aligned} E_0 &= 110 \text{ Volt} & J_1 &= 1 \text{ Amp.} & E_0 &= 10 \text{ Volt} & J_1 &= 0,3 \text{ Amp.} \\ L &= 0,5 \text{ Henry} & R &= 110 \text{ Ohm} & L &= 0,1 \text{ Henry} & R &= 33 \text{ Ohm} \\ C_m &= 0,9 \text{ M. F.} & & & C_m &= 0,2 \text{ M. F.} \end{aligned}$$

Bei der Unsicherheit des Ausdruckes (5) können diese Resultate (vgl. Tab. 5) immerhin befriedigen. Da (5) nur gilt, wenn schon merkliche Bruchteile eines Millimeters beträgt, was für die eben berechneten großen Kapazitäten (C_m) zutrifft, ist es nicht zulässig, damit das Entladungspotential für sehr kleine Kapazitäten zu berechnen.

Liegt der Kondensator parallel zur Selbstinduktion, so wird bei kleinen Kapazitäten die Kapazität der Zuleitungen von den Kondensatorplatten zu den Elektroden merklich ins Gewicht fallen; direkte Messungen der Funkenenergie ergeben demgemäß bei kleiner Kapazität etwas niedrigere Werte als für die andere Schaltung (Tab. 5). Für größere Kapazitäten verschwindet diese Abweichung immer mehr und da die Kapazität, die den Funken zum Verschwinden bringt, beiden Schaltungen gemeinsam ist, kann von der Angabe der für diese zweite Schaltung ausgeführten Messungen abgesehen werden.

Dritter Teil.

Technische Anwendungen.

a) Funkenenergie und Kontaktzerstörung.

Betrachten wir den Übergangswiderstand der Berührungsfläche eines Kontaktes als Maß für seine Güte, so finden wir einen funktionellen Zusammenhang zwischen Funkenenergie und Kontaktzerstörung, wenn wir die Widerstandszunahme, die am beständig arbeitenden Kontakt durch Oxydation bei bestimmter Funkenenergie eintritt, als Funktion der Zeit bestimmen. Zur Verwendung gelangte ein Hammerkontakt aus gehärtetem Stahl, da sich hier Oxydationswirkung bei genügender mechanischer Widerstandsfähigkeit relativ rasch zeigt. Durch einen kleinen Motor kann der Kontakt 2—4 Mal pro Sek. unterbrochen werden. Die Widerstandsbestimmung, die bei geschlossenem Kontakte zu erfolgen hat, geschah durch Messung

von Strom und Spannung mit dem Oszillographen, weil die Meßinstrumente wegen der kurzen, für eine Messung zur Verfügung stehenden Zeit nur geringe Trägheit besitzen dürfen. Die Spannungsschleife ist mit hohem Vorschaltwiderstand parallel zum Kontakte geschaltet; da sie für die sehr geringen Spannungsdifferenzen bei geschlossenem Kontakt empfindlich eingestellt werden muß, bei offenem Stromkreis aber die gesamte Batteriespannung am Kontakt liegt, wird sie durch einen Hilfskontakt erst angelegt, wenn der Hauptkontakt



Fig. 8.

schon geschlossen ist und wieder abgenommen, ehe die Öffnung des Hauptkontaktes erfolgt. Der Hilfskontakt wird durch ein passend eingestelltes Quecksilberniveau gebildet, in das im richtigen Augenblicke vom Unterbrechermotor ein Platinstift eingedrückt wird. Durch dauernde photographische Registrierung der Ausschläge der Oszillographenschleifen erhält man die Widerstandsänderung fortlaufend aufgezeichnet und ein Bild von den Unregelmäßigkeiten des ganzen Vorganges.

Fig. 8 zeigt ein solches Photogramm. Der Vorgang ist

von rechts nach links zu lesen; die Nulllinien zeichnen sich in der Mitte als kräftige schwarze Striche auf. Im Anfang ist die (polierte) Berührungsfläche des Kontaktes noch metallisch blank. Der Übergangswiderstand und damit die Spannung ist niedrig. Bei allmählicher Bildung einer Oxydschicht wird der Widerstand größer, die Spannung nimmt zu, der Strom nimmt ab (im abgebildeten Beispiel nur wenig, da der Widerstand des Stromkreises relativ groß war). Hat sich eine merkliche Oxydschicht einmal ausgebildet, so wird die Tendenz zur Lichtbogenbildung und damit die Energie der Öffnungsfunken erhöht, und es tritt plötzlich starke Widerstandszunahme auf; dann zeigen sich kräftige weißlich leuchtende Funken an Stelle der kleinen bläulichen Fünkchen bei frisch poliertem Kontakte. Ein bestimmtes Maximum des Widerstandes wird schließlich nicht überschritten, da der Kontakt selbst die neugebildeten Oxydteilchen beseitigt.

Tabelle 6.

Henry	Volt	Amperes	Q_F Joule	N_f	$(Q_F \cdot N_f)$
0,32	110	0,7	0,17	88	15
		0,6	0,12	185	22
		0,4	0,060	240	14
	80	0,7	0,15	145	22
		0,6	0,11	150	16,5
		0,5	0,07	340	24
	40	0,7	0,10	175	17,5
		0,6	0,077	300	25
		0,5	0,052	600	31
	24	0,7	0,087	138	12
		0,6	0,064	400	25
	12	0,7	0,078	162	13
0,16	80	0,7	0,083	210	17
	40	0,7	0,052	310	16

Für eine Beziehung zwischen Funkenenergie und Kontaktzerstörung ist die Zeitdauer, nach der die plötzliche Widerstandszunahme eintritt, wichtig, da der Kontakt während dieser Zeit noch gut ist und nachher auch eine andere Funken-

energie auftritt. Die fragliche Zeitdauer wird bis zum Eintritte des Wendepunktes der Spannungskurve gerechnet. Die Ergebnisse der Messungen finden sich in Tab. 6. Spalte 2 gibt die Betriebsspannung, Spalte 3 die unterbrochene Stromstärke. Q_F ist die nach der im Teile II Absch. b gegebenen Formel berechnete Funkenenergie. Die Formel gilt nicht ohne weiteres für einen Stahlkontakt; doch zeigten oszillographische Aufnahmen, daß die Energiebeträge wenigstens der Größenordnung nach richtig sind. N_f ist die Funkenzahl bis zum plötzlichen Eintritte der Kontaktverschlechterung (also bis zum Wendepunkte der Spannungskurve Fig. 8); sie läßt sich aus den Photogrammen bequem abzählen.

Die letzte Spalte bringt das Produkt $Q_F \cdot N_f$, die gesamte bis zum Eintritte der Kontaktverschlechterung aufgewendete Energie; sie kann als genügend konstant betrachtet werden, wenn man die durch kleine, äußere Zufälligkeiten hervorgerufenen Unregelmäßigkeiten des ganzen Vorganges bedenkt. In Fig. 9 ist N_f als Funktion von Q_F zusammen mit der aus dem Mittelwert $Q_F \cdot N_f = 19$

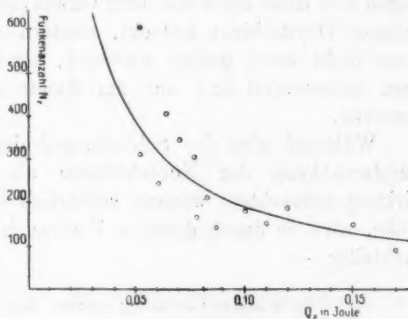


Fig. 9.

berechneten Hyperbel eingetragen. Damit ergibt sich: Zerstörung des Kontaktes tritt durch kräftige Oxydbildung und damit verbundene Widerstandserhöhung der Übergangsfläche ein, wenn das Produkt aus Funkenanzahl und Funkenenergie einen bestimmten konstanten Wert erreicht hat.

Diese Aussage gilt nur für Öffnungsfunken mit Lichtbogencharakter. Für Öffnungsfunken, bei denen eine Kapazität zur Funkenstrecke parallel geschaltet ist, wo also reine Funkenentladung auftritt, kann die Beziehung nicht geprüft werden, da in diesem Falle Berechnung der Funkenenergie nicht möglich ist. Nimmt man an, daß die Werte der Tabelle 5

für die Funkenenergie auch für den Stahlkontakt gültig sind, so ergibt sich ein um den zwei- und mehrfachen Betrag größeres N_f , als der Beziehung $N_f \cdot Q_F = 19$ entsprechen würde. Reine Funkenentladung wirkt demnach auf den Kontakt weniger stark zerstörend, als Lichtbogenentladung.

Aus dem gleichen Grunde tritt auch beim *Schließungsfunken* eine Widerstandserhöhung am Kontakte nicht auf. Auch wenn der Kontakt tagelang mit einem durch hohe Betriebsspannung und große Kapazität parallel zur Funkenstrecke erzeugten Schließungsfunken gelaufen war, konnte eine Widerstandsänderung nicht gemessen werden. Da hier die Elektroden noch während der Entladung zur Berührung kommen, werden sie leicht zusammengeschweißt und bei der Öffnung wieder gewaltsam auseinandergerissen. Die Berührungsflächen zeigen sich dann nicht wie beim Öffnungsfunken mit schwärzlich brauner Oxydschicht bedeckt, sondern metallisch rein, allerdings nicht mehr poliert glänzend, sondern aufgeraut, matt grau schimmernd und nur am Rande von einem Oxydringe umgeben.

Während also der Schließungsfunke, wenn man Widerstandserhöhung der Kontaktfläche als schädliche Funkenwirkung betrachtet, weniger gefährlich ist, als der Öffnungsfunke, wird er durch direkten Verbrauch des Kontaktmaterials nachteilig. —

b) Funkenlöschung durch Kondensatoren.

Fig. 10 gibt die Änderung der Funkenenergie als Funktion der parallel zum Kontakte geschalteten Kapazität für einen bestimmten Fall. Die Kurve wurde mit dem Luftthermometer ohne Trennung von Öffnungs- und Schließungsfunken aufgenommen. Der erste, rasch abfallende Teil wird durch Abnahme des Öffnungsfunkens, der zweite geradlinig ansteigende Teil durch Zunahme des Schließungsfunkens erklärt. Es zeigt sich das schon (p. 96) erwähnte Minimum, und da der Öffnungsfunke durch Oxydationswirkung, der Schließungsfunke durch Verbrauch des Kontaktmaterials schädlich wirkt, ist es wünschenswert, für beliebigen Stromkreis die Größe des Kondensators zu kennen, der dieses Minimum herbeiführt. Auf richtige Auswahl dieses Kondensators braucht wegen des flachen,

weit ausgedehnten Minimums übertriebene Sorgfalt nicht verwendet zu werden, besonders nicht bei niedriger Betriebsspannung. Wegen des langsamen Anstiegs nach dem Minimum ist es günstiger, den Kondensator, etwas zu groß, als ihn zu klein zu wählen.

Man berechnet zunächst die Größe des Kondensators, für den der Öffnungsfunke theoretisch gerade verschwindet.

$$C_m = \frac{1}{b^2 L} [J_1 L b + a E_0 - \sqrt{2 J_1 L b a E_0 + a_2 E_0^2}] \quad (8) \text{ p. 123.}$$

Die Konstante b (in dieser Arbeit $b = 410000$), die von der Geschwindigkeit der Kontaktöffnung abhängt, ist dabei für jeden Kontakt in einfacher Weise zu bestimmen. Der Wert von a bleibt immer $a = 1200$.

Dieser Kondensator wird einen nicht sehr beträchtlichen Schließungsfunken nach sich ziehen; immer wird man damit sehr nahe das Minimum der Gesamtenergie herbeiführen, da auch der Öffnungsfunke nie ganz verschwindet (p. 121).

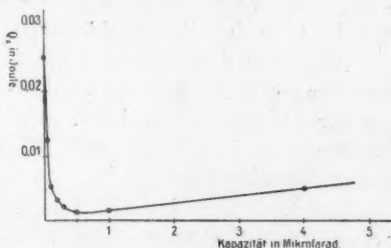


Fig. 10.

Die am Kondensator auftretende maximale Spannungsdifferenz läßt sich näherungsweise nach der Formel:

$$E_m = \frac{E_0}{W} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{p. 122 d. Arb.})$$

berechnen; erscheint sie noch bedenklich groß, so kann man sie durch einen größeren Kondensator erniedrigen. Damit vergrößert man allerdings den Energieinhalt des Schließungsfunkens. Diesen Nachteil kann man vermeiden, wenn man einen induktionsfreien Widerstand in die Zuleitungen des Kondensators zum Kontakte einschaltet. Dadurch erniedrigt man die Energie des Schließungsfunkens (also die Neigung des

zweiten Teiles der Kurve Fig. 10; vergl. auch p. 108 und Fig. 3 der Arbeit). Der Energieinhalt des Öffnungsfunkens wird, wie luftthermometrische Messungen ergaben, durch einen solchen Widerstand bis zu 100 Ohm nicht verändert; erst bei beträchtlich größeren Widerständen zeigt sich eine Zunahme des Öffnungsfunkens. Die Berechnung des notwendigen Widerstandes R_z erfolgt nach der Beziehung:

$$Q_F = \frac{\frac{1}{2} c E_0^2 \cdot 10^{-6}}{\left(1 + \frac{R_z}{R_f}\right)} \quad (\text{p. 111 d. Arb.})$$

wobei für Q_F der Wert zu setzen ist, den man für die Energie des Schließungsfunkens noch zulassen will, während $R_f = 0,3$ Ohm den Funkenwiderstand darstellt.

Alle Bedenken wegen des Schließungsfunkens fallen weg, wenn man den Kondensator parallel zu den Induktionsspulen des Stromkreises legen kann. Die Schaltung parallel zur Funkenstrecke ist rationell, wenn die Selbstinduktion über den ganzen Stromkreis verteilt ist.

Der durch einen hiernach berechneten Kondensator funkenfrei gemachte Stahlkontakt, der zu den Messungen des vorangehenden Abschnittes verwendet wurde, zeigte nach einer Woche ständigen Betriebes nicht die geringste Widerstandszunahme der Berührungsfläche, während für den gleichen Stromkreis ohne Kondensator nach wenigen Minuten kräftige Oxydbildung am Kontakt auftrat. —

Die Untersuchung anderer Hilfsmittel zur Funkenlöschung (Polarisationszellen usw.) sei späteren Arbeiten vorbehalten. —

Schluß.

Zum Schlusse seien die wichtigsten Resultate der Arbeit kurz zusammengestellt:

1. Es wird eine Methode angegeben, die Energie sehr kleiner Öffnungs- und Schließungsfunkens direkt luftthermometrisch im absoluten Maße zu bestimmen.

2. Es wird ein Ausdruck abgeleitet, der es gestattet, die Energie von *Schließungsfunkens* bei einer zur Funkenstrecke

parallel geschalteten Kapazität aus den Stromkreis-Konstanten in Übereinstimmung mit den direkten luftthermometrischen Messungen zu berechnen. Die Energie ergibt sich als proportional der gesamten entladenen Kondensatorenergie, und diese erscheint immer derart auf den Funken und den Widerstand der Zuleitungen verteilt, daß man zur Annahme eines konstanten Funkenwiderstandes gelangt.

3. Für den *Öffnungsfunken* (ohne besondere Kapazität im Stromkreise) wird auf Grund oszillographischer Aufnahmen eine Formulierung des Verlaufs von Strom und Spannung an der Funkenstrecke und damit des Funkenwiderstandes als Funktion der Zeit gefunden. Das führt zu einer Bestimmung der Gesamtenergie des Öffnungsfunkens aus den Konstanten des Stromkreises, ebenfalls übereinstimmend mit den luftthermometrischen Messungen.

4. Es wird die Veränderung, die die Energie des Öffnungsfunkens durch eine zur Funkenstrecke parallel geschaltete Kapazität erleidet, bestimmt. Auf Grund einer Vergleichung der direkten energetischen mit den oszillographischen Untersuchungen ergibt sich die Folgerung: Der gewöhnliche Öffnungsfunke ist bei Abwesenheit eines Kondensators und bei nicht zu rapider Stromöffnung als eine *Lichtbogenentladung* aufzufassen. Ein parallel zur Funkenstrecke geschalteter Kondensator unterdrückt das Zustandekommen eines Lichtbogens; dafür tritt schon bei sehr kleinen Kapazitäten eine reine *Funkenentladung* auf. Mit Hilfe dieser Anschauung findet sich ein Ausdruck, der es gestattet, für beliebigen Stromkreis angenähert die Kapazität zu berechnen, bei der der Öffnungsfunke gerade verschwindet.

5. Es wird eine einfache Beziehung zwischen Funkenenergie und Kontaktzerstörung aufgefunden: Eine plötzliche, sehr starke Widerstandserhöhung durch Oxydbildung am Kontakte tritt ein, wenn das Produkt aus Funkenzahl und Energie des einzelnen Funkens, also die insgesamt aufgewendete Funkenenergie, einen bestimmten Wert überschreitet.

6. Es werden die Beziehungen angegeben, nach denen die Berechnung der richtigen Dimensionen eines Kondensators

erfolgen kann, der für beliebigen induktiven Schwachstromkreis die Funkenbildung am Kontakt unterdrückt.

Es sei mir gestattet, auch an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. Wiener für das Interesse, daß er der Arbeit entgegenbrachte und die Liebenswürdigkeit, mit der er die Institutsmittel zur Verfügung stellte, sowie Hrn. Prof. Dr. Scholl, der durch seinen ständigen, wertvollen Rat die Arbeit förderte, meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Leipzig, Physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 12. Mai 1918.)

**6. Über die Herleitung von Plancks
Energieverteilungsgesetz aus Agglomerations-
annahme; einfache Beziehung
zwischen Härte und Schwingungszahl;
von Carl Benedicks.**

(Mitteilung aus dem Physik. Institut der Universität Stockholm.)

Inhalt: I. *Einige allgemeine Betrachtungen über den Molekularzustand der festen Körper.* 1. Allmähliche Molekularveränderungen der festen Körper p. 133. — 2. Möglichkeit einer Agglomeration p. 135. — 3. Entbehrlichkeit der Annahme abstoßender Kräfte p. 135. — 4. Eine vorläufige Übersichtsrechnung p. 139. — II. *Agglomerative Herleitung von Plancks Energieverteilungsgesetz.* 5. Ableitung einer Energieformel für agglomerierte Körper p. 141. — 6. Bestimmung der Konstanten p. 143. — 7. Rekapitulation der Voraussetzungen p. 145. — 8. Agglomeration, Härte und Schwingungszahl p. 146. — 9. Eine striktere Herleitung p. 147. — 10. Weiteres über die Funktionen W_0 und $F(T)$ p. 149. — III. *Weitere Resultate.* 11. Über die neuen ν -Beziehungen p. 153. — 12. Energiegesetz der festen Körper p. 158. — *Zusammenfassung.*

I. Einige allgemeine Betrachtungen über den Molekularzustand der festen Körper.

1. Allmähliche Molekularveränderungen der festen Körper.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit¹⁾ konnte ich zeigen, daß die sonst ziemlich verwickelten Allotropieverhältnisse des Eisens eine einfache Auffassung zulassen, wenn man annimmt, daß allmähliche Temperaturveränderung des Molekularzustandes des festen Eisens sich geltend macht; so erklärt die Annahme, daß das bisher vielumstrittene β -Eisen einfach α -Eisen ist, das einen gewissen, mit der Temperatur steigenden Gehalt an γ -Eisen enthält, die bisher bekannten Allotropieerscheinungen

1) C. Benedicks, J. Iron and Steel Inst. 1912:II. p. 242; 8. Int. Congress of applied Chemistry 22. p. 17. 1912; Jernkont. Annaler 1912. p. 489.

in der Nähe von 800—900°; die Auffassung ist durch spätere Beobachtungen gut bestätigt worden.¹⁾

Von E. Holm²⁾ wurde darauf hingewiesen, daß die Temperaturabhängigkeit des Magnetismus des Eisens sich aus einem kontinuierlich variablen Molekularzustand einfacher erklären lassen, als durch diskontinuierliche Veränderungen der Magnetonzahlen.

Als eine sehr auffällige Stütze für diese Auffassungsweise ist die Allotropietheorie von A. Smits³⁾ zu bezeichnen, nach welcher es eine ganz allgemeine Erscheinung sein soll, wenigstens bei Körpern, die Allotropie zeigen, daß der Molekularzustand der festen Körper mit der Temperatur variiert, indem in jeder festen Phase ein mit der Temperatur allmählich veränderliches „innerliches Gleichgewicht“ verschiedener Moleküle wahrscheinlich ist. Diese Auffassung wurde von A. Smits durch experimentelle Untersuchungen kräftig gestützt.

Es ist besonders von A. Wigand⁴⁾ betont worden, daß der sehr kräftige Anstieg der spezifischen Wärme mehrerer Metalle bei hoher Temperatur, und zwar in einem Intervall von etwa 100° unter dem Schmelzpunkt (bis zu diesem), als Beweis gelten kann, daß der Schmelzvorgang sich mitunter über einen ausgedehnten Temperaturbereich erstrecken kann; bei Metallen liegt häufig der erste Beginn der Schmelzung mehr als 100° unter dem Schmelzpunkt.⁵⁾

Es läßt sich also behaupten, daß nunmehr Beobachtungen auf verschiedenen Gebieten (auch anderes könnte erwähnt werden) dazu führen, die althergebrachte Auffassung zu verlassen, nach welcher die festen Metalle bei allen Temperaturen als konstant einatomige Gebilde aufzufassen sind.

1) Vgl. z. B. W. Broniewski, *Compt. rend.* 156. p. 699. 1913; und ganz besonders die entscheidenden Resultate von H. C. H. Carpenter, *Journ. Iron and Steel Inst.* Mai 1913.

2) E. Holm, *Arkiv f. Matem., Astron. o. Fysik*, utg. af K. Svenska Vet. Akad., Stockholm 8. Nr. 16. 1912.

3) A. Smits, *Zeitschr. f. physik. Chem.* 76. p. 421. 1911; A. Smits u. H. L. de Leuw, *l. c.* 77. p. 367. 1911.

4) A. Wigand, *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik* 10. p. 54. 1913.

5) A. Wigand, *l. c.* p. 75.

2. Möglichkeit einer Agglomeration.

Dergleichen ist auch von F. Richarz¹⁾ betont worden: eine Erklärung für die *starke Abnahme der spezifischen Wärme* bei niedrigen Temperaturen könnte nach seiner Meinung auch durch die Annahme gewonnen werden, daß bei fallender Temperatur eine zunehmende *Assoziation* eintritt, welche die Bewegungsfreiheit der Atome vermindert, analog mit der Tatsache, daß bei ein-, zwei-, dreiatomigen Gasen die auf ein Atom berechnete spezifische Wärme C_v der Reihe nach 3, 2,5, etwa 2, ist.

Dieselbe Auffassung, neben welcher Richarz auch andere Gründe herangezogen hat, ist vor kurzem von J. Duclaux²⁾ hervorgehoben worden, welcher daraus eine interessante Beziehung zu Troutons Regel gewonnen hat.

Es ist wohl auf Mangel mathematischer Ausführungen dieses Gedankens zurückzuführen, wenn die Vertreter der quantentheoretischen Behandlung der spezifischen Wärme diesen assoziativen Gesichtspunkt außer acht gelassen haben, und stillschweigend von der Annahme ausgegangen sind, daß die festen Körper bei jeder Temperatur einatomig sind, mit anderen Worten, daß eine Assoziation oder *Agglomeration*³⁾ nicht zu berücksichtigen sei.

Ist nun diese letztgenannte Annahme als einwandsfrei zu bezeichnen? Die Frage sei zunächst aus einem anderen Gesichtspunkt anvisiert.

3. Entbehrlichkeit der Annahme abstoßender Kräfte.

Bei der unseres Tages wohl noch recht allgemeinen Auffassung der Kristallstruktur nimmt man ja an, daß bestimmte,

1) F. Richarz, Zeitschr. f. anorg. Chem. 58. p. 356; 59. p. 146. 1908 u. a. O.

2) J. Duclaux, Compt. rend. 155. p. 1015, 1509. 1912.

3) Da dem Ausdruck *Assoziation*, sowie den ähnlich gebrauchten *Polymerie* und *Komplexbildung*, wie es mir scheint, eine mehr oder weniger ausgesprochene chemische Bedeutung zukommt, so werde ich im folgenden, auf Vorschlag meines Freundes, Lic. phil. O. Tenow, den Ausdruck *Agglomeration* benutzen, um damit anzudeuten, daß gar keine chemischen Kräfte (Valenzen) beansprucht werden müssen.

jedoch vollständig unbekannte, *abstoßende Kräfte* die Ursache seien dafür, daß die Atome trotz der vorhandenen starken anziehenden Kräfte nicht zusammenballen.

Irgend welcher Gebrauch, irgend welche Bestimmungsgründe für diese abstoßenden Kräfte zwischen Atomen scheint mir nun nicht vorzuliegen (allerdings wird dann von sehr kleinen Entfernungen – „Atomdurchmesser“ – abgesehen). Es ist als eine bedeutende Errungenschaft der kinetischen Gastheorie hinzustellen, daß die abstoßenden elastischen Kräfte, die man früher als den Gasen eigentümlich ansah, einfach als überflüssig zu bezeichnen sind: dieselben werden ja aus dem gegenseitigen Anprall der Atome (Moleküle) aufs einfachste erklärt.

Es liegt dann die Vermutung sehr nahe, daß die scheinbar abstoßenden Kräfte der festen Körper, von denen übrigens nichts bekannt geworden ist, genau wie die „*Vis elastica*“ der Gase, *nur durch die kinetische Bewegung der Atome der festen Körper zu erklären seien.*

Diese Auffassungsweise führt zur Konsequenz, daß reine harmonische Schwingungen der Atome des festen Zustandes ausgeschlossen sind; Störungen, Kollisionen mit den Nachbarn machen eine reine Sinusschwingung zur Unmöglichkeit.

Also ist gegen dieselbe der Einwand zu erwarten, daß erstens die Reststrahlen dafür sprechen, daß scharfbegrenzte Schwingungszahlen in festen Körpern vorkommen müssen¹⁾, was sich mit der erwähnten Auffassung kaum verträgt; zweitens wird man einwenden können, daß nach der ursprünglichen Einstein, Nernst-Lindemannschen Theorie die Schwingungszahlen als scharfbegrenzt anzunehmen sind.

Dann sei es ausdrücklich hervorgehoben, daß die scharfbegrenzten Schwingungszahlen der Reststrahlen *durchaus nicht* als Beweis gelten können, daß die Schwingungen der festen Körper ebenso scharfbegrenzt sind; es ist einleuchtend, daß nach wiederholten Reflexionen erhaltene Reststrahlen nur das Vorhandensein eines Energiemaximums der Schwingungen überhaupt beweisen; durch wiederholte Reflexionen wird dasselbe *künstlich geschärft*, etwa wie durch fortgesetztes Fraktionieren

1) Wie dies von A. Eucken wiederholt betont wurde, vgl. seinen wertvollen Bericht im Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. 8. p. 489. 1911.

einer Mischung seltener Erdmetalle ein scharf bestimmtes Atomgewicht herausgezogen werden kann, ohne in der ursprünglichen Mischung als das einzige vorzukommen.

Der zweite Einwand ist nicht schwieriger zu beseitigen: hat doch besonders P. Debye¹⁾ gezeigt, daß wir mit einem ganzen Spektrum von Eigenschwingungen zu rechnen haben, nicht nur mit einer bestimmten Schwingungszahl.

Selbstverständlich schließt dies Anprallen der Atome der festen Körper eine weitgehende Regelmäßigkeit der Struktur nicht aus.

Nehmen wir nun an: die scheinbar abstoßenden Kräfte, welche die Atome der festen Körper vom Zusammenballen verhindern, sind nur das Resultat der kinetischen Energie der Atome. Dann ergibt sich als notwendige Konsequenz, daß in dem Maße, wie die kinetische Energie bei fallender Temperatur herabgesetzt wird, auch notwendigerweise die Wahrscheinlichkeit stark vergrößert werden muß, daß einzelne Atome zu größeren Komplexen zusammenballen, sich agglomerieren.

Wir gelangen also zu der Schlußfolgerung — welche sich mit Nernsts Wärmetheorem ausgezeichnet vertragen dürfte — daß bei dem absoluten Nullpunkt der Temperatur sämtliche Atome der festen Körper in Kontakt gebracht werden²⁾, und nicht nur nicht schwingen, sondern zunächst keine Schwingungsfreiheit mehr besitzen (also von dem Temperaturbegriff praktisch unabhängig sind).

Nur ganz nebenbei sei auf einige Vorzüge dieser Auffassung aufmerksam gemacht. Da bei sinkender Temperatur alle Atome (Moleküle) schließlich agglomeriert werden sollen, muß das *Volumen* bei $T=0$ einen bestimmten Grenzwert (asymptotisch) anstreben, also der *Dilatationskoeffizient* gleich Null werden. Da in der Nähe von $T=0$ keine freien Atome mehr vorkommen, muß sich ein thermischer Impuls durch den agglomerierten Körper, wie durch ein Kontinuum, mit sehr großer Geschwindigkeit fortpflanzen können; die *Wärmeleitfähigkeit*

1) P. Debye, Ann. d. Phys. 39. p. 789. 1912.

2) Erst dann wäre also von abstoßenden Kräften zu reden.

keit wird als unendlich groß zu bezeichnen sein. Dasselbe wird wohl auch für die elektrische Leitfähigkeit zutreffen: wir können in grober Weise sagen, daß, wie auch die verschiedenartigen Elektronen der Atome an der Elektrizitätsleitung teilnehmen, es doch plausibel ist, daß bei gesichertem Zusammenhang die Leitfähigkeit stark ansteigen wird. Die *spezifische Wärme* muß Null werden. Dies steht ja alles in Übereinstimmung mit experimentell festgestellten Tatsachen. Die *Kompressibilität* wird sich einem Mindestwert nähern; dieser braucht nicht notwendigerweise zu Null sein, da ja die Atome auch in agglomeriertem Zustande eine gewisse Eigenkompressibilität möglicherweise behalten können.¹⁾

Die Temperaturabhängigkeit einer Reihe von Eigenschaften, welche W. Nernst²⁾ aus quantentheoretischen Voraussetzungen herleiten konnte, scheint mir demgemäß ebensogut aus der Agglomerationshypothese hervorzugehen: Hauptsache ist, einen Grund für Nichtmitschwingen einer Anzahl der Atome bei niedriger T angeben zu können.

Wir kommen also aus diesen Auseinandersetzungen wiederum zum Resultat: es kann nicht erlaubt sein, diese Agglomerationsmöglichkeit *a priori* zu verneinen; im Gegenteil scheint sie aus mehreren Gründen recht plausibel.

1) Man wird einwenden können, daß eine solche Eigenkompressibilität als ein neuer Freiheitsgrad zu bezeichnen wäre; nach den üblichen Vorstellungen über die Gleichverteilung der Energie würde dies mitführen, daß die spezifische Wärme nicht Null werden könnte. Es ist jedoch unschwer einzusehen, daß unsere Vorstellungen über die „Equipartition“ der Energie noch nicht in genügender Schärfe formuliert worden sind. Insbesondere gilt dies der Frage, wie „Freiheitsgrad“ genau zu verstehen ist; ich schließe mich dabei den Ausführungen A. Sommerfelds an (Taschenbuch f. Mathem. u. Physiker 3. p. 342. 1913, „Man soll die Freiheitsgrade wägen und nicht zählen“), sowie dem von P. Ehrenfest bei dem Vortragszyklus in Göttingen 21.—26. April mündlich ausgesprochenen Bedenken gegen die bisherige Formulierung des Gleichverteilungssatzes. — Am einfachsten ließe sich wohl etwa sagen, daß dieser eventuelle Kompressibilitäts-Freiheitsgrad zu steif ist, um irgend welchen meßbaren Einfluß bei der geringfügigen thermischen Agitation zu haben.

2) W. Nernst, Physik. Zeitschr. 12. p. 976. 1911.

4. Eine vorläufige Überschlagsrechnung.

Es wird sich also die Mühe lohnen können, die Agglomerationshypothese einer einfachen Überschlagsrechnung zu unterziehen, und zwar wurde dies zunächst unter der speziellen Annahme ausgeführt, daß diese Agglomeration bzw. Disagglomeration bekannten chemischen Dissoziationsprozessen analog sei. Bezeichnet n die (äquivalente) Anzahl schwingungsfähiger, freier Atome auf der Gesamtzahl N (nur bei hoher Temperatur sind alle N als frei anzunehmen) würden wir für eine vom Körper absorbierte Wärmemenge dW schreiben können

$$(1) \quad dW = \frac{n}{N} 3 R dT - k \cdot dn,$$

wo $-k$ die für die Entbindung eines Atomes nötige Energie bedeuten mag.

Es wurde versuchsweise angenommen, daß diese Dissoziationswärme k , wie bei den meisten elektrolytischen und anderen Dissoziationsprozessen, nach gewöhnlichem Sprachgebrauch positiv ist (bei der Dissoziation wird Wärme frei) und zwar wie wohl ausnahmslos der Fall ist, mit der Temperatur stark ansteigt; versucht wurde der Ansatz

$$(2) \quad k = K(e^{\alpha T} - 1),$$

wo K und α positive Konstanten sind. Weiter wurde als sehr einfache Beziehung angenommen

$$(3) \quad n = N(1 - e^{-\beta T}),$$

wo β eine positive Konstante.

Werden (2) und (3) in (1) eingesetzt, so bekommt man für die spezifische Wärme

$$(4) \quad C = \frac{dW}{dT} = 3R - A e^{-(\beta - \alpha)T} + (A - 3R) e^{-\beta T},$$

wo $A = \beta KN$. Zur Konstanten $3R$, welche Dulong-Petits Gesetz entspricht, kommen also ein negatives und ein positives Exponentialglied hinzu. Es ist leicht die verfügbaren Konstanten von (4) so anzupassen, daß eine verhältnismäßig sehr gute Übereinstimmung mit den im Nernstschen Labora-

torium beobachteten Werte erzielt wird; man findet aber, daß (4) dann für sehr kleine T negative C ergibt. Schreibt man (4) vor, daß $dC/dT = 0$ für $T = 0$ sein soll, schließt (4) sich nicht mehr den Beobachtungen akzeptabel an.

Ansatz (3) ist ja auch nicht in sich sehr plausibel, da für $T = 0$ N sich Null asymptotisch nähern sollte, was bei diesem einfachen Ansatz nicht der Fall ist. Um zu sehen, ob möglicherweise ein dreigliedriger Ausdruck wie

$$(5) \quad C = 3R - Ae^{-\alpha t} - Be^{-\beta t} - Ce^{-\gamma t},$$

zu dem man leicht gelangen könnte, sich den Beobachtungen gut anpassen kann, führte ich eine Berechnung aus. Aus den von Nernst und Lindemann¹⁾ angegebenen Beobachtungen wurden folgende sechs äquidistante C -Werte erhalten.

$$t = \frac{T}{\beta v} = 0,00 \quad 0,10 \quad 0,20 \quad 0,30 \quad 0,40 \quad 0,50,$$

$$C = 0,00 \quad 0,50 \quad 2,33 \quad 3,62 \quad 4,42 \quad 4,91.$$

Diese 6 Punkte bestimmen die Konstanten von (5) zu²⁾

$$A = 0,939, \quad B = 9,07, \quad C = -4,01,$$

$$\alpha = 1,29, \quad \beta = 5,45, \quad \gamma = 19,75.$$

Einen wesentlichen Vorzug vor (4) kommt jedoch (5) nicht zu, denn bei guter Übereinstimmung im übrigen geht (4) zwischen den ersten und zweiten vorgeschriebenen Punkten beträchtlich unter die Abszissenachse herunter.

Ogleich beide Ansätze (2) und (3) sicher nicht richtig sind, schien mir jedoch das Resultat dieser Überschlagsrechnung, obschon nicht an sich zutreffend, doch für die Möglichkeit einer agglomerativen Auffassung zu sprechen, und zu fortgesetzten Versuchen einzuladen.

1) W. Nernst u. F. A. Lindemann, Zeitschr. f. Elektrochemie 17. p. 817. 1911.

2) Die Berechnung führte ich nach der von H. Burkhardt (Göttinger Nachr. 1907. p. 160) angegebenen Methode aus, auf die meine Aufmerksamkeit durch meinen freundlichen Kollegen Prof. H. v. Koch gerichtet wurde; eine ähnliche Methode beschreibt jüngst S. Oppenheim, Physik. Zeitschr. 14. p. 230. 1913.

II. Agglomerative Herleitung von Plancks Energieverteilungsgesetz.

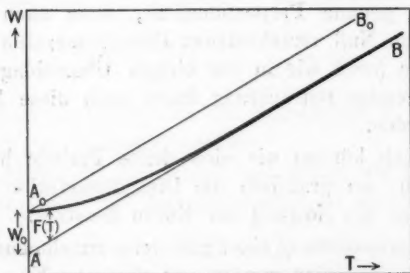
5. Ableitung einer Energieformel für agglomerierte Körper.

Wir werden jetzt einen anderen Gesichtspunkt wählen, und mehr analytisch vorgehen als im vorigen Abschnitt.

Wollen wir zuerst ein Molekül eines ideellen einatomigen Gases in Betracht ziehen. Wir gehen davon aus, daß für dasselbe das Dulong-Petitsche oder Rayleighsche Gesetz streng gültig ist, das wir so fassen, daß der Energieinhalt W mit der Temperatur T geradlinig zuwächst, also

$$W = KT,$$

wo die Konstante K für einatomige Gase $= \frac{3}{2} R$; $R = 1,985 \text{ g-cal.}$



Für das ideelle einatomige Gas folge also W einer Geraden wie in $A_0 B_0$ der Figur (A_0 wird also willkürlich als der Energieinhalt bei $T = 0$ angenommen). Wenn das Gas hingegen nicht ideal ist, sondern z. B. bei fallender Temperatur immer mehr zu größeren Komplexen agglomeriert wird, wird W bei allen Temperaturen unter $A_0 B_0$ fallen, etwa wie die Kurve $A B$.

Gehen wir nun zu einem festen Körper über. Ist derselbe bei allen T als einatomig zu betrachten, dann muß auch sein Energieinhalt von einer Geraden wie $A_0 B_0$ bestimmt sein:

$$(6) \quad W = 3 R T,$$

wenn wir nämlich auf dem Boden der bisherigen Auffassung stehen.

Wenn indessen, nach obigen Ausführungen, angenommen wird, daß mit einer bei abnehmender Temperatur zunehmender Agglomeration zu rechnen ist, liegen die Verhältnisse anders. Bei dem Nullpunkt der Temperatur, wo wir nach dem obigen ein vollständiges Zusammenballen der Atome voraussetzen können, kommen keine schwingungsfähigen Atome vor; die Neigung der W , T -Kurve ist demgemäß für $T = 0$ Null. Bei steigender Temperatur nehme die äquivalente Zahl n der schwingungsfähigen Atome allmählich zu (es wird „äquivalent“ gesagt, um vollständig offen zu lassen, ob freie einzelne Atome zustande kommen, oder ob nur eine allmähliche Verminderung der Größe der agglomerierten Teile eintritt). Die Neigung der Kurve wird also langsam ansteigen; und zwar würde Proportionalität zutreffen, wenn W nur von n abhängig wäre, dagegen keine genaue Proportionalität, wenn auch mit einer variablen, von Null verschiedenen Disagglomerationswärme zu rechnen wäre (etwa wie in der obigen Überschlagsrechnung); für unsere jetzige Betrachtung kann auch diese Frage offen gelassen werden.

Schließlich können wir eine dritte Periode bei hohen T unterscheiden, wo praktisch die Disagglomeration vollständig ist: dann wird die Neigung der Kurve konstant.

Unter Voraussetzung einer gradweise zunehmenden, T sym-batzen, Disagglomeration werden wir also eine Kurve wie $A_0 B$ erwarten, die bei höheren Temperaturen in eine gerade, mit $A_0 B_0$ parallele Linie übergeht.

Der Verlauf von $A_0 B$ bei niedrigeren T ist uns zunächst im übrigen unbekannt. Für *genügend hohe Temperaturen* können wir W mit guter Approximation ausdrücken durch den Ansatz

$$(7) \quad W = 3RT - W_0,$$

wenn wir mit W_0 das zunächst vollständig unbekannte, aber konstante Stück $A_0 A$ bezeichnen.

Dies ergibt schon das Resultat, daß für einen festen, agglomerierenden Körper das Rayleighsche Gesetz (6) auch bei hohen Temperaturen nur dann wird gelten können, wenn ein konstantes Zusatzglied $-W_0$ hinzukommt (das sich unter gewissen Umständen bemerkbar machen kann).

Fragen wir nach einem auch bei niedrigeren Temperaturen gültigen Ausdruck für W , so werden wir schreiben können (vgl. Figur)

$$(8) \quad W = 3 R T - W_0 + F(T),$$

wo $F(T)$ eine zunächst ganz unbekannte Funktion ist, welche die Energie der Agglomeration repräsentiert. (8) soll die genaue Gleichung vorstellen, von der (7) eine bei hohen T gültige Approximation darstellt.

$F(T)$ muß also bei hohen T verschwinden, d. h.

$$\lim_{T=\infty} F(T) = 0.$$

Sehen wir von der Nähe von $T = 0$ ab, müssen wir die kontinuierliche, abnehmende Funktion $F(T)$ entwickeln können in eine Reihe

$$(9) \quad F(T) = \frac{A}{T} + \frac{B}{T^2} + \frac{C}{T^3} + \dots$$

unter der Voraussetzung, daß die Konstanten $A, B, C \dots$ in geeigneter Weise bestimmt werden.

Wird (9) mit (8) kombiniert, bekommen wir für die Temperaturabhängigkeit des Energieinhaltes die Gleichung

$$(10) \quad W = 3 R T - W_0 + \frac{A}{T} + \frac{B}{T^2} + \frac{C}{T^3} + \dots$$

6. Bestimmung der Konstanten.

Da wir nun dazu übergehen (10), mit der Erfahrung zu vergleichen, können wir am einfachsten eine Vergleichung anstellen mit Plancks Energieverteilungsgesetz

$$(11) \quad W = 3 R \frac{\beta \nu}{e^{\frac{\beta \nu}{T}} - 1},$$

da dasselbe ja von der Erfahrung vorzüglich bestätigt worden ist.¹⁾

Es ist dann nötig (11) in eine Reihe zu entwickeln.

1) Vgl. z. B. M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. 2. Aufl. p. 163. 1913; W. Nernst, Zeitschr. f. Elektrochem. 17. p. 265. 1911.

Dazu könnten wir eine seit Cauchy bekannte Entwicklung ¹⁾

$$(12) \quad \frac{1}{e^x - 1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} + \frac{1}{12}x - \frac{1}{720}x^3 + \frac{1}{3024}x^5 - \dots$$

heranziehen, die jedoch nur für $x < 2\pi$ konvergiert.

Eine andere Entwicklung, die bisweilen angeführt wird ²⁾, ist

$$(13) \quad \frac{1}{e^x - 1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} + \frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{720}x^4 + \dots,$$

welche ja von (12) sehr stark abweicht. Da (13) mittels der Eulerschen Summationsformel hergeleitet worden ist, habe ich mich derselben, wie sie in Enc. d. Mathem. Wissensch. 1. A. 3, p. 103, Formel (47) gegeben wird, bedient, um mich zu überzeugen inwieweit (13) als genau zu bezeichnen ist. Setzt man mit dortigen Bezeichnungen $f(x) = e^{ax}$, $a = 0$, $h = 1$ und speziell $p = N$ gleich eine beliebig große Zahl, d. h. teilt das Gebiet, über welche die Summation zu machen ist, in N Teile statt eines einzigen, wie bei der Herleitung von (13) verfahren wurde, dann ergibt sich, daß man auch auf diese Weise zu (12) gelangt. (Allerdings muß dabei beachtet werden, daß die Indizierung der Bernoullischen Zahlen in der erwähnten Formel (47) nicht mit der im übrigen Teile der Encyclopädie vorkommenden Indizierung von B_1 , B_3 usw., Enc. 1. p. 929; 2. p. 182 übereinstimmt.) Da es sich ergeben hatte, daß (13) höchstens als eine grobe Annäherung gelten kann, wurde im folgenden zunächst (12) benutzt.

Setzen wir nun

$$x = \frac{\alpha}{T}$$

in (12) ein, bekommen wir folgende Entwicklung

$$(14) \quad W = \frac{3R\alpha}{e^{\frac{\alpha}{T}} - 1} = 3R \left[T - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{12} \frac{\alpha^2}{T} - \frac{1}{720} \frac{\alpha^4}{T^3} + \dots \right].$$

1) Vgl. z. B. E. Pascal, Repertorium der höheren Mathematik 2. Aufl. 1. p. 437. 1910; J. A. Serret, Cours de Calcul différentiel et integral 5. Ed. Paris 1900. 2. p. 213; diese Entwicklung wurde neulich von P. Debye, Ann. d. Phys. 39. p. 789. 1912 benutzt.

2) Enc. d. mathem. Wissenschaften 1. p. 931. 1898—1904; E. Pascal, Repertorium der höheren Mathematik 2. Aufl. 1. p. 522. 1910.

Wir sehen leicht, daß unsere frühere Gleichung

$$(10) \quad W = 3 R T - W_0 + \frac{A}{T} + \frac{B}{T^2} + \frac{C}{T^3} + \dots$$

mit (11) übereinstimmt, wenn wir die Annahme machen, daß sich $A, B, C \dots$ in W_0 und R auf folgende Weise ausdrücken lassen

$$(15) \quad \begin{cases} A = \frac{3 R}{12} \cdot \left(\frac{2 W_0}{3 R} \right)^2, \\ B = 0, \\ C = - \frac{8 R}{720} \left(\frac{2 W_0}{3 R} \right)^4. \\ \dots \end{cases}$$

Es ergibt sich nämlich leicht, daß dann (10) in

$$(16) \quad W = 3 R \frac{\frac{2 W_0}{3 R}}{e^{\frac{2 W_0}{3 R T}} - 1}$$

übergeht.

7. Rekapitulation der Voraussetzungen.

Die Voraussetzungen, die zu diesen Rechnungen geführt haben, seien hier kurz rekapituliert.

1. Es wurde angenommen, daß bei fallender Temperatur eine steigende Agglomeration der Atome vor sich geht.

2. Für die freien Atome der festen Körper wurde das Rayleighsche Gesetz (6) als richtig angenommen, wonach die Energieaufnahme der Temperatursteigerung strikt proportional ist; Energieaufnahme erfolgt nur durch die freien Atome.

3. Ferner wurde angenommen, daß für nicht zu niedrige Temperaturen der Einfluß der Agglomeration sich nach (9) und (15) genügend genau durch den Ansatz

$$(17) \quad F(T) = \frac{W_0^2}{9 R T} \left[1 - \frac{W_0^2}{135 R^2 T^2} + \dots \right]$$

darstellen läßt.

Dann ergibt sich die Formel (16), die mit der Planckschen Funktionsform identisch ist. Allerdings ist die benutzte Gleichung (12) nicht für kleine T (d. h. große x) gültig.

Unser Ziel ist also teilweise erledigt: wir wissen, daß keine, wie es scheint, besonders eigentümliche Annahmen nötig sind, um ohne Zuhilfenahme der Quantenhypothese die Plancksche Funktionsform herzuleiten.

8. Agglomeration, Härte und Schwingungszahl.

Wir wollen zunächst dazu übergehen, die Bedeutung der obigen Funktion $F(T)$ vorläufig näher zu erörtern.

$F(T)$ muß groß sein, wenn die Agglomeration beträchtlich ist (würde verschwinden, wenn sie Null wäre).

Es liegt die Vermutung sehr nahe, daß die Agglomeration von der *Kohäsion des festen Körpers* direkt abhängig sei: je größer die Kohäsion, d. h. die anziehenden Kräfte überhaupt, um so größer hat man nach unserer Vorstellungsweise die Agglomeration zu erwarten. Wir können allgemein sagen, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwei zusammenhängende, agglomerierte Atome trotz der Agitationsbewegung agglomeriert bleiben, bei gegebener Temperatur direkt proportional sein muß zur Anziehungskraft, und wohl auch umgekehrt proportional zur Masse: je kleiner die Masse, um so kleiner ist der Entzweigungsantrieb bei der Agitation zu erwarten.

Als Maß der allgemeinen Kohäsion werden wir die *Härte* H annehmen können; für die Masse können wir wohl das Atomgewicht A eintragen. In dem Ausdruck (17) erscheint es also einigermaßen plausibel, daß wir den noch völlig unbestimmt gelassenen Faktor W_0^2 ausdrücken können durch den Ansatz

$$(18) \quad W_0^2 = b'^2 \frac{H}{A},$$

wo b' eine universelle Konstante darstellen soll.

Abgesehen von der Klammergröße, der nur der Charakter eines Korrektionsgliedes zukommt, kommt weiter in (17) nur der Nenner $9RT = 6 \cdot 3/2 \cdot RT$ vor; die Bedeutung des Zahlenfaktors 6 bleibt dahingestellt, aber $3/2 \cdot RT$ repräsentiert ja in durchaus plausibler Weise den Einfluß der Energie der thermischen Agitation.

Es ist nun sehr bemerkenswert, daß die beiden Faktoren H und A , welche nach unserer Annahme die Größe der Agglomeration (*Zusammenhang der unfreien Atome*) bestimmen, gerade

diesjenigen sind, die auf die den unregelmäßigen thermischen Bewegungen durchschnittlich äquivalenten Oszillationen (*Schwingungen der freien Atome*) bestimmend einwirken müssen.

(18) ergibt in der Tat

$$(19) \quad W_0 = b' \sqrt{\frac{H}{A}};$$

vergleichen wir diese mit der allgemeinen Schwingungszahlformel

$$(20) \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{A}}$$

und setzen wir zwischen Kohäsion H und Direktionskraft C allgemein Proportionalität voraus:

$$C = a'^2 H,$$

so läßt dies hervorgehen:

$$(21) \quad W_0 = b \cdot \nu,$$

wo $b = 2\pi \frac{b'}{a'}$ eine universelle Konstante ist.

Es geht also das unerwartete Resultat hervor, daß die einzige in der oben deduzierten Gleichung (16) vorkommende unbestimmte, individuelle Konstante W_0 mit einer Schwingungszahl ν proportional gesetzt werden kann.

Diese Vorstellungen, die durchaus mit unseren ursprünglichen Voraussetzungen eng verbunden sind, erlauben uns in (16) die unbestimmt gelassene individuelle Konstante W_0 nach (21) als einer gewissen mittleren oder äquivalenten Schwingungszahl ν proportional zu schreiben; (16) ergibt

$$(24) \quad W = 3R \frac{\frac{2b\nu}{3R}}{e^{\frac{3RT}{3R}} - 1} = 3R \frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1},$$

wenn $\frac{2b}{3R} = \beta$ geschrieben wird. Dies ist ja mit Plancks Energieverteilungsgesetz (11) identisch.

9. Eine striktere Herleitung.

Jedenfalls leidet die obige Herleitung an der Schwäche, daß sie für niedrigere Temperaturen keine Gültigkeit beanspruchen kann, da doch die benutzte Entwicklung für kleine T

nicht konvergiert. In Anbetracht der Wichtigkeit der Frage mag es wünschenswert erscheinen, die Möglichkeit für alle Temperaturen zu beweisen; es soll ja jetzt die Überzeugung allgemein sein, nach den betreffenden Arbeiten von Rayleigh, Jeans, H. A. Lorentz, Planck, Einstein u. a., daß es unmöglich sei, auf dem Boden der bisherigen Physik Plancks Verteilungsgesetz herzuleiten¹⁾; besonders stark wurde wohl diese Überzeugung erhärtet, nachdem Henri Poincaré²⁾ als Resultat seiner Untersuchungen kategorisch behaupten konnte „*L'hypothèse des quanta est donc la seule qui conduise à la loi de Planck*“.

Allerdings müssen wir für den fraglichen Zweck über eine besser konvergierende Entwicklung als (12) disponieren. Eine solche ist folgende Gleichung von Euler³⁾

$$(25) \left\{ \frac{\pi}{a b \left(e^{\frac{2 a \pi}{b}} - 1 \right)} = \frac{1}{2 a^2} - \frac{\pi}{2 a b} + \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{a^2 + 4 b^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{a^2 + 9 b^2} + \dots \right.$$

aus der wir leicht die folgende bekommen können

$$(26) \left\{ 3 R \frac{\alpha}{e^{\frac{\alpha}{T}} - 1} = 3 R \left[T - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha^2}{2 \pi^2 T} \left(\frac{1}{1^2 + \left(\frac{\alpha}{2 \pi T} \right)^2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2^2 + \left(\frac{\alpha}{2 \pi T} \right)^2} + \frac{1}{3^2 + \left(\frac{\alpha}{2 \pi T} \right)^2} + \dots \right) \right] \right\}.$$

Diese Entwicklung konvergiert für jede T größer als Null. Setzen wir zur Abkürzung

$$\frac{\alpha}{2 \pi T} = x,$$

so ergibt sich nach einfachem Umformen, daß wir die un-

1) Vgl. A. Sommerfeld, Taschenb. f. Mathem. u. Physiker 3. p. 331. 1913.

2) H. Poincaré, Journ. de Phys. (5) 2. p. 5. 1912.

3) Aus W. Laska, Sammlung von Formeln der reinen und angewandten Mathematik, p. 43. 1888—1894; für die Angabe dieser Formel bin ich meinem Freund Herrn Prof. Dr. H. Pleijel sehr zu Dank verpflichtet.

bekannte Agglomerationsfunktion folgendermaßen schreiben können

$$(27) \quad F(T) = \frac{2 W_0^3}{3 \pi^3 R T} \left[\frac{1}{1^3 + x^3} + \frac{1}{2^3 + x^3} + \frac{1}{3^3 + x^3} + \dots \right].$$

Dies stellt den genauen Ausdruck von $F(T)$ dar, welcher ergibt, daß unsere Energiegleichung

$$(8) \quad W = 3 R T - W_0 + F(T)$$

bei allen Temperaturen (den singulären Punkt $T = 0$ allein ausgenommen) in

$$(16) \quad W = 3 R \frac{\frac{2 W_0}{3 R}}{e^{\frac{2 W_0}{3 R T}} - 1}$$

übergeht.

Zunächst können wir (27) zur Kontrolle von (17) benutzen. Für $T = \infty$ ($x = 0$) wird die Klammergröße S in (27)

$$S = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{\pi^2}{6},$$

also

$$F(T) = \frac{2 W_0^3}{3 \pi^3 R T} \cdot \frac{\pi^2}{6} = \frac{W_0^3}{9 R T},$$

wir haben somit identisch denjenigen Wert, welchen (17) für große T ergibt, wiedergefunden.

Dann ist darauf hinzuweisen, daß die Klammergröße in (27) bei abnehmenden T (wachsenden x) abnimmt (wie es auch mit der Klammergröße von (17) der Fall ist).

10. Weiteres über die Natur der Funktionen W_0 und $F(T)$.

Wir werden uns jetzt der Frage nach der näheren Natur der Funktion $F(T)$ zuwenden, deren Beziehung zu anderen Eigenschaften (Härte, Atomgewicht) wir schon einigermaßen beleuchtet haben.

Greifen wir auf die Figur p. 141 zurück. Wenn wir unsern festen Körper von B abkühlen, so würde, unter der Voraussetzung, daß keine Agglomeration stattfindet, bei $T = 0$ sein Energieinhalt dem Punkte A entsprechen. Bei stattfindender Agglomeration wird aber der Punkt A_0 erreicht. Demgemäß schließen wir, daß dem Vorhandensein der Agglomeration bei $T = 0$ ein gewisser Energiezuschuß W_0 entspricht.

Da nun nach der kinetischen Theorie jede thermische Agitation bei $T = 0$ definitionsmäßig ausgeschlossen ist, und dies nach der Agglomerationshypothese *a fortiori* der Fall sein muß, so ist der logische Schluß, daß *dieser Energiezuschuß W_0 potentieller Natur ist.* Die angenommene Agglomeration dürfte also, ähnlich einer großen Zahl chemischer Assoziationsprozesse, mit einer gewissen potentiellen Energieaufspeicherung verbunden sein.

A. Einstein und O. Stern¹⁾ haben jüngst diesem Nullpunktsenergiezuschuß W_0 (oder einer damit eng zusammenhängenden Größe) Aufmerksamkeit gewidmet; nach ihnen steckt in diesem Energiezuschuß W_0 ein Hinweis, daß bei $T = 0$ eine *bisher unbeachtete thermische Agitation vorhanden sei.*²⁾ Dies wurde nur angeführt, um in prägnanter Weise zu demonstrieren, zu welchen Schwierigkeiten die *Nichtannahme* einer Agglomeration führt.

Wollen wir nun dazu übergehen, die Funktion $F(T)$, für welche wir die Gleichung (27) p. 149 hergeleitet hatten, näher ins Auge fassen. Als nicht geschlossener Ausdruck ist sie noch umzuformen. Aus A. L. Cauchy, Cours d'analyse de l'Ecole polytechnique, Paris 1821. p. 575, entnehme ich die Formel

$$\frac{1}{\pi^2 - u^2} + \frac{1}{2^2 \pi^2 - u^2} + \frac{1}{3^2 \pi^2 - u^2} + \dots = \frac{1}{2u^2} - \frac{1}{2u} \cot u.$$

Setzen wir hier $u = iv$, wo i = imaginäre Einheit ($i^2 = -1$), erhalten wir

$$\frac{1}{1^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2} + \frac{1}{2^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2} + \frac{1}{3^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2} + \dots = \frac{1}{2v} \coth v - \frac{1}{2v^2} \dots$$

($\coth = \cot$ hyperbolicus).

Benutzen wir diese Gleichung, geht (27) über in

$$(28) \quad F(T) = W_0 \left[\coth \frac{W_0}{3RT} - \frac{3RT}{W_0} \right],$$

was als ein Resultat von beträchtlichem Interesse zu bezeich-

1) A. Einstein u. O. Stern, Ann. d. Phys. 40. p. 551. 1913.

2) Eine solche wurde allerdings schon früher von M. Planck besprochen, Vorles. über d. Theorie d. Wärmestrahlung, 2. Aufl. p. 140. 1913.

nen ist. Denn diese Funktion ist mit der bekannten Langevinschen¹⁾ Formel

$$I = I_0 \left[\coth a - \frac{1}{a} \right]$$

identisch, welche die Temperaturabhängigkeit eines anderen Orientierungsprozesses angibt. Nämlich diejenige Orientierung paramagnetischer Gasmoleküle in der Richtung eines magnetischen Feldes, welche unter dem kombinierten Einfluß des richtenden Feldes und der unordnenden thermischen Agitation erfolgt. Bei Langevin ist

$$a = \frac{M H}{3 R T},$$

wo M = magnetisches Moment der paramagnetischen Atome in gewisser Einheit) und H = das (äußere) magnetische Feld; I bzw. I_0 ist die Magnetisierungsintensität bei der Temperatur T , bzw. $T = 0$. (Um eine mit (28) vollständig gleich dimensionierte Formel zu bekommen, hat man nur nötig, die Langevinsche Formel beiderseits mit M zu multiplizieren.) In unserem Falle tritt anstatt des Magnetfeldes die kristallographische Richtkraft des Kristalles, „Kristallfeld“; der andere Faktor, die thermische Agitation, ist in beiden Fällen derselbe. Diese Analogie ist so groß, daß man sogar a priori hätte darauf hinweisen können.

Die nahe Beziehung zwischen Langevins und Plancks Funktionen sei hier hervorgehoben. Setzen wir nämlich (28) in (8) ein, so ergibt sich

$$W = 3 R T - W_0 + W_0 \left(\coth \frac{W_0}{3 R T} - \frac{3 R T}{W_0} \right)$$

oder

$$(29) \quad W = W_0 \left(\coth \frac{W_0}{3 R T} - 1 \right).$$

Diese Formel ist tatsächlich mit der Planckschen Formel identisch, wie wir sofort sehen können, wenn wir die hyperbolische Funktion ausschreiben:

1) P. Langevin, Ann. chim. phys. 8. p. 5, 70. 1905.

$$\coth \frac{W_0}{3RT} - 1 = \frac{e^{\frac{W_0}{3RT}} + e^{-\frac{W_0}{3RT}}}{e^{\frac{W_0}{3RT}} - e^{-\frac{W_0}{3RT}}} - 1 = \frac{2e^{-\frac{W_0}{3RT}}}{e^{\frac{W_0}{3RT}} - e^{-\frac{W_0}{3RT}}} = \frac{2}{e^{\frac{2W_0}{3RT}} - 1};$$

also wird aus (29)

$$W = 3R \frac{\frac{2W_0}{3RT}}{e^{\frac{2W_0}{3RT}} - 1},$$

was mit unserer früheren (16), wie es sein muß, identisch ist.

Wenn also anzunehmen ist, daß die Agglomeration im großen demselben Gesetze Folge leistet wie die magnetische Orientierung, scheint mir jedoch sehr wahrscheinlich, daß dies nicht ganz allgemein gelten kann. Denn die Agglomeration, die wir nach dem obigen Befund als kristallographisch gerichtet anzunehmen haben, dürfte doch von der *kristallographischen Symmetrie* des festen Körpers abhängig sein. Für ein reguläres (Kristall-)Atom (wir werden dazu geführt, Atome und Kristallatome — sowie Moleküle und Kristallmoleküle — zu identifizieren, und ersteren denselben Symmetriegrad zu erteilen, wie sie der Kristall besitzt) sind sechs verschiedene Lagen gleichwertig ($m=6$), für einen triklinischen, hemiedrischen Kristall gibt es aber nur eine einzige Lage ($m=1$), die der Agglomeration oder Kristallzuwachs genügt. Um so niedriger der Symmetriegrad des Kristalles, um so schwieriger wird möglicherweise die Agglomeration stattfinden können.

Mit steigender Unsymmetrie wäre es also möglich, daß der Energieinhalt W des Körpers in steigendem Maße von dem Planckschen Gesetz abweichen, und sich dem Rayleighschen nähern wird; würde für keine einzige Lage des Kristallatoms überhaupt eine Anlagerung stattfinden können ($m=0$), so wurde der fiktive Körper dem Rayleighschen Gesetz gehorchen.

Für amorphe Körper kann man zu verschiedenen Auffassungen kommen; sicher erscheint nur, daß sie in agglomerativer Hinsicht stark von dem kristallisierten Körper abweichen können. Tatsächlich sind ja sowohl für nicht regulär kristallisierende, wie für amorphe Körper bedeutende Ab-

weichungen der spezifischen Wärme im Nernstschen Laboratorium gefunden worden¹⁾; inwieweit sich dieselben mit dem Symmetriegrad in Beziehung setzen lassen, ist mir unbekannt. Jedenfalls dürfte dieser aus der Agglomerationshypothese hervorgehende Gesichtspunkt einige Aufmerksamkeit verdienen können.

III. Weitere Resultate.

11. Über die neuen Beziehungen $\nu = a_1 \frac{\sqrt{q}}{A}$ und $\nu = \frac{a_1}{A} \sqrt{\frac{q}{\alpha}}$.

Wollen wir jetzt die obigen Formeln (19) und (21) zu kontrollieren suchen.

Nach diesen können wir schreiben

$$(30) \quad \nu = \frac{b'}{b} \sqrt{\frac{H}{A}}.$$

Es ist wünschenswert, die Härte (Kohäsion) H durch besser bekannte Eigenschaften auszudrücken.

Verfasser wies schon längst darauf hin, daß im großen und ganzen die Härte der festen Elemente, wie sie durch Rydbergs Härtekurve versinnlicht wird, der *Atomkonzentration*, d. h. der Anzahl der in Volumeinheit vorhandenen Atome proportional ist.²⁾ (Dies läßt sich theoretisch leicht aus dem Gasgesetz $p v = R T$ plausibel machen: wir komprimieren ein Gas; je kleiner das Volumen, um so größer der innere Druck, dem die Kohäsionskräfte Gleichgewicht halten müssen, damit die betrachtete Materie als fester Körper ohne äußeren Druck existenzfähig sei.) Demgemäß gilt in großen Zügen

$$(31) \quad H = \frac{k}{V} = k \cdot \frac{q}{A},$$

wo V = Atomvolumen, q = Dichte, A = Atomgewicht und k eine universelle Konstante.

Also ergibt (30)

$$(32) \quad \nu = a_1 \frac{\sqrt{q}}{A},$$

wo a_1 eine andere universelle Konstante ist.

1) Vgl. A. Eucken, J. d. Radioakt. u. Elektr. 8. p. 489. 1912.

2) C. Benedicks, Zeitschr. f. phys. Chem. 36. p. 529. 1901.

In einem späteren Aufsatz¹⁾ konnte ich (im Zusammenhang mit Arbeiten von J. Traube und Th. W. Richards) darauf hinweisen, daß die Härte in gewisser Hinsicht genauer als durch (31) durch den aus der Van der Waalschen Gleichung hervorgehenden Ausdruck

$$(33) \quad H = k' \frac{1}{V^\alpha} = k' \frac{q}{A a}$$

ausgedrückt wird, wo α = lin. Ausdehnungskoeffizient, k' = universelle Konstante. Im allgemeinen dürfte der Ausdehnungskoeffizient α mit dem Atomvolumen V so ziemlich parallel verlaufen, so daß der Unterschied zwischen (31) und (33) nicht so beträchtlich ist, wie man sonst glauben könnte. (33) gibt jedoch mehrere Einzelheiten der Härtekurve viel besser als (31) wieder (ergibt eine „konforme Abbildung“ der Sekundärmaxima) und dürfte als die genauere zu bezeichnen sein.

Ersetzen wir (31) durch (33), ergibt (30)

$$(34) \quad \nu = \frac{a_2}{A} \sqrt{\frac{q}{a}}.$$

Folgende Tabelle gestattet die Richtigkeit dieser Folgerung unserer Auffassungsweise experimentell nachzuprüfen. Sämtliche Elemente sind nach dem Schmelzpunkt T_s geordnet.

In der dritten Spalte finden sich die experimentell aus der spezifischen Wärme nach der Nernst-Lindemannschen Formel gefundenen ν -Werte ($\nu_{\text{cal.}}$). In der vierten Spalte sind angegeben die ν -Werte, welche sich nach der bekannten F. A. Lindemannschen Formel²⁾

$$(35) \quad \nu = \text{konst.} \sqrt{\frac{T_s}{A V^{2/3}}}$$

berechnen lassen; in der fünften und sechsten Spalte finden sich die Werte, welche aus (32) und (34) hervorgehen.

Zu der Berechnung der Tabelle, welche von Hrn. Cand. phil. E. Blom nach neuesten Daten sorgfältigst ausgeführt wurde, ist folgendes zu bemerken.

1) C. Benedicks, Zeitschr. f. anorg. Chem. 47. p. 455. 1905.

2) F. A. Lindemann, Physikal. Zeitschr. 11. p. 609. 1910.

I. Elemente.

1	2	3	4	5	6
	T_e	$\nu_{\text{cal.}} \cdot 10^{-13}$	$3,1 \cdot 10^{11} \cdot \sqrt{\frac{T_e}{A V^{2/3}}}$	$1,6 \cdot 10^{14} \cdot \frac{\sqrt{q}}{A}$	$6,3 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{A} \sqrt{\frac{q}{a}}$
Cl fl.	171	4,4	2,5	5,8	—
Hg fest	234	2,02	1,39	3,0	2,06
Br fl.	266	(2,9)	1,9	3,5	—
Ga	293	(7,3)	2,8	5,6	—
J	387	2,04	1,83	2,8	—
S rhomb.	388	(8,3)	4,3	7,1	—
Li	459	8,3	11,2	8,5	—
Se krist.	490	(5,6)	3,0	4,4	—
Sn	505	(3,8)	2,5	3,7	3,7
Bi	544	(3,2)	1,75	2,4	2,5
Pb	600	1,98	2,02	2,6	1,96
Zn	692	4,90	4,8	6,5	4,85
Sb	903	5,0	3,2	3,5	4,0
P rot	903	6,3	7,0	7,9	—
Mg	924	6,7	7,8	8,6	6,8
Al	932	8,45	8,42	9,7	7,6
Ge	1231	(11,5)	5,4	5,2	—
Ag	1234	4,61	4,84	4,7	4,4
Be	~1200	20,3	20,4	23,0	—
Au	1336	4,2	3,7	3,5	3,8
Cu	1356	6,70	7,44	7,5	7,2
Mn	1498	(5,4)	8,3	7,9	—
Si	1693	13,0	10,7	8,9	12,6
Ni	1725	8,0	9,1	8,1	8,8
Co	1760	7,7	9,1	8,1	9,0
Cr	1780	9,8	9,2	5,9	—
Fe	1790	(8,4)	9,2	8,1	9,5
Pd	1820	(4,0)	6,2	7,1	6,2
Pt	2030	(5,3)	4,9	3,9	5,1
Ti	~2100	(10,5)	9,4	7,1	—
B	~2600	24,4	29,0	23,0	—
Ir	~2500	(5,4)	5,4	3,9	—
Mo	~2500	(5,9)	7,0	5,0	—
C Graph.	> 3900	(35,0)	> 32,0	20,0	—
C Diam.	> 3900	40,4	> 37,0	25,0	—

II. Verbindungen.

	$\nu_{\text{cal.}} \cdot 10^{-12}$	$3,1 \cdot 10^{11} \cdot \sqrt{\frac{T_2}{AV^{2/3}}}$	$1,6 \cdot 10^{14} \cdot \frac{\sqrt{e}}{A}$	$6,3 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{A} \sqrt{\frac{e}{a}}$
$\frac{1}{2} \text{NaCl}$	6,0	7,9	8,1	5,3
$\frac{1}{2} \text{KCl}$	4,5	6,2	6,0	3,9
$\frac{1}{2} \text{KBr}$	3,7	3,9	4,4	2,7

Fett gedruckt sind diejenigen $\nu_{\text{cal.}}$ -Werte, welche von W. Nernst¹⁾ genau untersucht wurden und deren spezifische Wärme sich unter Anwendung einer einzigen Frequenz durch die Nernst-F. A. Lindemannsche Formel genau darstellen lassen. Für β wurde M. Plancks²⁾ neuester Wert

$$\beta = \frac{h}{k} = 4,786 \cdot 10^{-11} \text{ grad} \cdot \text{sec}$$

benutzt.

Übrige ν -Werte sind von Hrn. Blom nach den Angaben der spezifischen Wärme C_v in den Tabellen von Landolt-Börnstein-Roth 1912 (L.-B.) und in *Tables annuelles* 1 (1912) graphisch berechnet worden.

Umklammert sind diejenigen Werte, welche aus einzelnen C_v -Werten berechnet sind. (Umklammert ist auch $S_{\text{rhomb.}}$ und $C_{\text{Graph.}}$, wo in der N.-L.-Formel zwei Frequenzen nötig sind.)

Die spezifischen Gewichte stammen aus L.-B., sowie aus einer Arbeit von W. Biltz.³⁾

Die für die Lindemannsche Formel als die genaueste von Hrn. Blom neu berechnete Konstante ($3,1 \cdot 10^{11}$) steht in bester Übereinstimmung mit dem von H. Alterthum⁴⁾ neu berechneten Wert ($3,04 \cdot 10^{11}$).

Aus der Tabelle geht folgendes hervor.

1. Für die Stoffe mit niedrigem Schmelzpunkt (bis Bi) dürfte die Lindemannsche Formel zu kleine ν -Werte ergeben. Sonst ist keine systematische Abweichung ersichtlich.

1) W. Nernst, Ann. d. Phys. 36. p. 395. 1911.

2) M. Planck, Vorles. über d. Theorie d. Wärmestrahlung 2. Aufl. p. 166. 1913.

3) W. Biltz, Zeitschr. f. Elektrochem. 27. p. 670. 1911.

4) H. Alterthum, Ber. d. Deutsch. Physik. Ges. 15. p. 25, 30. 1913.

2. Diejenigen Werte, welche nach der sehr einfachen Formel (32) berechnet werden (Spalte 5), können im großen und ganzen als ziemlich gute Annäherungswerte bezeichnet werden, sind jedoch, wenigstens bei höheren T , entschieden weniger genau als die Lindemannschen.

3. Die exaktere Formel (34), welche nur dann verwendbar ist, wenn der Ausdehnungskoeffizient mit der Temperatur nicht zu stark variiert, ergibt dann *ebenso gute Übereinstimmung wie die Lindemannsche Formel*. (α bezieht sich auf etwa $+20^\circ \text{C}$. (L.-B.) mit Ausnahme für α_{Hg} , welcher für festes Metall gilt.)

Überhaupt ergeben die Lindemannschen Formeln (35) und (34) eine auffallend nahe Übereinstimmung — was in Anbetracht der durchaus verschiedenen Herleitungsweise befremdend erscheinen mag.

In der Tat findet man leicht¹⁾, daß in dem Maße wie der von A. Stein²⁾ neuerdings auf empirischem Wege gefundenen Beziehung

$$T, V^{1/3} \alpha = \text{konst.}$$

eine exakte Gültigkeit zukommt, die Lindemannsche Formel (35) und die obige Formel (34) identisch sind.

Bezüglich F. A. Lindemanns Herleitung von (35) möchte ich mir folgende Bemerkung erlauben. Nach der oben entwickelten Auffassung hat man bei allen Temperaturen damit zu rechnen, daß die Amplituden so groß sind, daß unablässige Zusammenstöße vorkommen. Bei unserer Auffassung muß man also sagen, daß bei dem Schmelzpunkt die Amplituden so groß werden (nicht daß Zusammenstöße eintreten, was ebensogut zum Zusammenballen führen kann, sondern), daß sie die eigentliche Wirkungssphäre der Atome überschreiten. Diese kleine Änderung der schönen Überlegungen F. A. Lindemanns dürften an dem Resultat nichts verändern müssen.

Bezüglich der wenigen Werte für Verbindungen (II) ist anzuführen, daß bei allen drei Formeln die Konstanten zu verändern sind, wenn eine gute Übereinstimmung hervorgehen

1) Worauf mich Hr. Blom aufmerksam gemacht hat.

2) A. Stein, Zeitschr. f. anorg. Chem. 73. p. 270. 1911. — Diese Beziehung wurde ursprünglich von R. Pictet entdeckt.

soll. Mit unveränderten Konstanten ergibt Formel (34) die geringsten Abweichungen.

12. Energiegesetz der festen Körper.

Wir fragen: warum ist in der oben hergeleiteten, mit der gewöhnlichen Planckschen Formel identischen Energiegleichung

$$(29) \quad W = W_0 \left(\coth \frac{W_0}{3RT} - 1 \right)$$

die Eins beizubehalten? Ist es doch jedenfalls gewissermaßen willkürlich, von welchem Punkt W gerechnet wird, da wir ja nur die Veränderungen der Energie verfolgen können. Ich werde vorläufig die Eins aus der Formel (in obiger Fassung) verschwinden lassen (was ja nur eine Koordinatenveränderung bedeutet): sie muß ebenso richtig wie vorher bleiben können.

Schreiben wir also

$$(36) \quad W = W_0 \coth \frac{W_0}{3RT}$$

oder ausgeschrieben

$$(37) \quad \frac{W}{W_0} = \frac{e^{\frac{W_0}{3RT}} + e^{-\frac{W_0}{3RT}}}{e^{\frac{W_0}{3RT}} - e^{-\frac{W_0}{3RT}}}.$$

Drücken wir (37) in der bisherigen Schreibweise aus, indem wir wie früher

$$\frac{2 W_0}{3R} = \beta v$$

setzen, ergibt sich nach einfacher Umformung

$$(38) \quad W = 3R\beta v \left[\frac{1}{e^{\frac{\beta v}{T}} - 1} + \frac{1}{2} \right].$$

Wir sind also durch diese Koordinatenveränderung auf Plancks zweite Formel gestoßen, mit dem Zusatzglied $3R\beta v/2$.

Soviel ich weiß, ist es M. Planck noch nicht gelungen, eine Entscheidung zu treffen, ob es rationell ist, das Zusatzglied mitzunehmen oder wegzulassen. Aus der in M. Plancks Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, 2. Aufl. p. 140. 1913, erfolgten Aufrechnung von verschiedenartigen experimentellen Gründen, welche ihm für diese Nullpunktenergie $3R\beta v/2$

zu sprechen scheinen, schließe ich, daß dieser Forscher geneigt ist, der letzteren Formel den Vorzug zu geben. (Die fragliche Energiegröße wird von Planck als eine kinetische aufgefaßt, ebenso wie jüngst von A. Einstein und O. Stern.¹⁾)

Daß ich entschieden dieser vermuteten Meinung M. Plancks über die *Existenz* einer gewissen Nullpunktenergie beistimme, kommt weniger aus der sich dann ergebenden einfachen Form der Energiegleichung (36) oder der schön symmetrischen der Schreibweise (37), sondern aus dem Grund, daß diese Meinung sich mit folgendem, aus der Agglomerationshypothese hervorgehenden *Energiegesetz der festen Körper* verträgt:

Von chemischer Energie (Molekularveränderungen, Allotropie) abgesehen, läßt sich der Energieinhalt der festen Körper in zwei wesentlich verschiedene Arten zergliedern:

1. Die (bisher nahezu ausschließlich betrachtete) *thermische Energie* $3RT$ (von welcher die eine Hälfte kinetisch, die andere Hälfte potentiell sein soll, nach einer zurzeit nahezu einstimmigen Meinung).

2. Die *potentielle Energie der Agglomeration*, die obiger Funktion $F(T)$, welche mit steigender Temperatur immer abnimmt und welche (für reguläre Kristalle?) einer Langevin'schen Funktion entsprechen dürfte

$$F(T) = W_0 \left(\coth \frac{W_0}{3RT} - \frac{3RT}{W_0} \right).$$

Wie einfach diese Auffassung — der allerdings eine gewisse Willkürlichkeit nicht abzusprechen ist — den tatsächlichen Verhältnissen Rechnung trägt, lehrt ein Blick auf die Figur p. 141.

Die thermische Energie 1. entspricht der „Rayleigh'schen Linie“ AB ;

die agglomerative Energie 2. entspricht den Ordinaten-differenzen $F(T)$;

die Summe von 1. und 2. entspricht der Planckschen Kurve A_0B .

1) A. Einstein u. O. Stern, Ann. d. Phys. 40. p. 551. 1913. Vgl. oben p. 150.

Zusammenfassung.

1. Neuere Untersuchungen und Ausführungen über die Eigenschaften (spez. Allotropie) fester Metalle (C. Benedicks, W. Broniewski, E. Holm, A. Smits, A. Wigand u. a.) machen es überaus wahrscheinlich, daß in festen Metallen und in festen Körpern überhaupt allmähliche Molekularveränderungen eine wichtige Rolle spielen, wie sie früher nicht vermutet wurde. Demgemäß ist es nicht zulässig, die festen Körper ohne weiteres als einatomig anzunehmen, wie dies in der kinetischen Theorie der spezifischen Wärme usw. allgemein vorausgesetzt wurde.

2. Im Gegenteil ist es, worauf schon von F. Richarz und jüngst von J. Duclaux hingewiesen wurde, wichtig festzustellen, ob nicht eine mit abnehmender Temperatur fortschreitende Assoziation oder besser *Agglomeration* der kinetisch freien Atome zu unbeweglicheren Komplexen, der Veränderung der spez. Wärme usw. Rechnung tragen könne.

3. Eine vorläufige Überschlagsrechnung, welche Verfasser aus gewissen speziellen Voraussetzungen ausführte (p. 139), erwies sich für diese Auffassung günstig; obschon diese Voraussetzungen nicht richtig sein können, ergab sich der allgemeine Verlauf der speziellen Wärmekurve in gewisser Annäherung.

4. Es wurde dann erforscht, welche Voraussetzungen über diese Agglomeration zu machen sind, damit das der modernen spezifischen Wärmetheorie zugrunde liegende Plancksche Energieverteilungsgesetz als notwendige Konsequenz hervorgehe. Es ergeben sich nach der *Agglomerationshypothese* folgende wichtigere Punkte.

a) Statt der Rayleighschen Formel $W = 3RT$ muß folgende allgemeine Energiegleichung hingeschrieben werden

$$(A) \quad W = 3RT - W_0 + F(T).$$

Es ergibt sich, daß W_0 die Bedeutung einer bei $T = 0$ vorhandenen potentiellen Energie zukommt.

$F(T)$ hat die physikalische Bedeutung der potentiellen Energie der Agglomeration bei jeder Temperatur T .

b) $F(T)$, die mit steigender Temperatur immer abnimmt, kann in erster Annäherung als

$$(B) \quad F(T) = \frac{W_0^2}{9 R T}$$

beschrieben werden. Unter der naheliegenden Annahme, daß der noch unbestimmt gelassene Faktor von $F(T)$ zu der allgemeinen Kohäsion (Härte) des Körpers direkt, zum Atomgewicht umgekehrt proportional zu setzen ist, ergibt sich, daß W_0 mit einer Schwingungszahl proportional gesetzt werden kann

$$(C) \quad W_0 = b \cdot \nu,$$

c) Der als exakt anzunehmende Ausdruck für $F(T)$ ist

$$(D) \quad F(T) = W_0 \left(\coth \frac{W_0}{3 R T} - \frac{3 R T}{W_0} \right),$$

d. h. eine Langevinsche Funktion, welche ja der Agglomeration analogen Umständen entspricht: dort Magnetfeld, hier Vektorialität des Kristalles, wirken ordnend; thermische Agitation wirkt in beiden Fällen unordnend.

d) die Grundgleichungen (A) und (C) ergeben mit (B) approximativ, mit (D) aber exakt das Plancksche Energieverteilungsgesetz ($2b/3R = \beta$)

$$(E) \quad W = 3 R \frac{\beta \nu}{e^{\frac{\beta \nu}{T}} - 1}.$$

e) Wenn in (A) das Glied $-W_0$ fortgelassen wird (der Nullpunkt der Energie ist ja einigermaßen willkürlich), dann findet sich statt (E) das Energieverteilungsgesetz

$$(F) \quad W = 3 R \beta \nu \left[\frac{1}{e^{\frac{\beta \nu}{T}} - 1} + \frac{1}{2} \right],$$

was mit der zweiten Energieverteilungsformel Plancks identisch ist; diese erscheint möglicherweise rationeller als (E), weil sich (F) mit folgendem, aus der Agglomerationshypothese hervorgehendem *Energiesatz der festen Körper* verträgt:

Von chemischer Energie abgesehen, läßt sich der Energieinhalt der festen Körper zergliedern in:

1. Thermische Energie $3 R T$ („Rayleighsche Linie“ *AB* der Figur p. 141).

2. *Potentielle Energie der Agglomeration*: die obige Funktion $F(T)$.

Die Summe beider ergibt (für regulären Körper) die Plancksche Kurve $A_0 B$.

5. Die vom Verfasser 1901 als im großen und ganzen richtig hervorgehobene Beziehung, Härte (Kohäsion) = konst. Atomkonzentration, d. h. Anzahl Atome in 1 ccm, welche vom Quotienten $1/V = \rho/A$ gemessen wird (V = Atomvolumen, ρ = Dichte, A = Atomgewicht), ergibt in Verbindung mit dem, was unter 4. b) bemerkt wurde, die überaus einfache Schwingungszahlformel

$$(G) \quad \nu = a_1 \frac{\sqrt{\rho}}{A}.$$

Genauer ist jedoch die Formel

$$(H) \quad \nu_c = \frac{a_1}{A} \sqrt{\frac{\rho}{\alpha}}$$

(α = lin. Ausdehnungskoeffizient), welche ebenso genau wie die bekannte Lindemannsche Formel (35) gültig ist; diese beiden auf grundverschiedener Weise hergeleiteten Formeln sind tatsächlich identisch, wenn der Steinschen empirischen Beziehung

$$T_c V^{1/3} \alpha = \text{konst.}$$

exakte Gültigkeit zukommt.

6. Durch diese Auseinandersetzungen, die keinen Anspruch erheben, erschöpfend oder zwingend zu sein, dürfte doch als festgestellt erscheinen, daß wenigstens *ein* rein physikalischer Ausweg, derjenige der Agglomeration, vorhanden ist, um zum Planckschen Gesetz ohne Zuhilfenahme der Quantenhypothese zu gelangen. Damit der gegen die bisherige Physik streitenden Quantenhypothese fortgesetzte Existenzberechtigung zukommen könne, scheint mir also nunmehr ihren Anhängern die Beweislast zuzufallen, *entweder* daß die Annahme der Agglomeration überhaupt sinnlos ist, *oder* aber, daß eine Agglomeration zwar möglich ist, daß es aber ausgeschlossen ist, daß sie durch eine Langevinsche Formel bestimmt sei.

Physik. Inst. d. Univ. Stockholm. April—Mai 1913.

(Eingegangen 17. Mai 1913.)

**7. Beobachtungen über die Emission
ruhender Serienlinien durch Kanalstrahlen;
von J. Stark.**

Inhalt: § 1. Ursprung der ruhenden Serienlinien in den Kanalstrahlen. § 2. Emission ruhender Serienlinien verschiedener Wertigkeit in den Kanalstrahlen. § 3. Problem der fremdbewegten Intensität von Serienlinien. § 4. Beobachtungen von Al-Linien. § 5. Beobachtungen an He-Linien. § 6. Resultate.

§. 1. *Ursprung der ruhenden Serienlinien in den Kanalstrahlen.* — Wie schon die ersten Beobachtungen¹⁾ am Kanalstrahlenspektrum ergaben, tritt eine Serienlinie in den Kanalstrahlen neben dem Streifen der bewegten Intensität an ihrem gewöhnlichen Ort scharf und unverändert auf (ruhende Serienlinie, ruhende Intensität). Die ruhenden Serienlinien wurden bis jetzt wenigstens in allen Fällen beobachtet, in welchem die Kanalstrahlen eines Elementes in dem reinen Dampf oder Gas dieses Elementes verliefen. Nur wenn ein Element von größerem Atomgewicht einem Gas von kleinerem Atomgewicht, z. B. He, bei relativ sehr kleinem Teildruck beigemischt ist, erscheinen seine ruhenden Serienlinien in den Kanalstrahlen²⁾ in sehr geringer oder nicht merkbarer Intensität neben den bewegten Streifen.

An früherer Stelle³⁾ habe ich zwei Annahmen über den Ursprung der Emission der ruhenden Serienlinien vorgeschlagen. Als Erreger dieser Emission kommt erstens der Stoß der bewegten Kanalstrahlenteilchen auf ruhende Gasatome in Be-

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 6. p. 892. 1905.

2) Z. B. Sauerstoff: J. Stark u. H. Kirschbaum, Physik. Zeitschr. 14. p. 433. 1913; Aluminium: J. Stark, R. Künzer u. G. Wendt, Berl. Ber. 24. p. 430. 1913; Argon: J. Stark u. H. Kirschbaum, Münch. Ber. p. 831. 1913.

3) J. Stark, Physik. Zeitschr. 8. p. 897. 1907.

tracht, zweitens der Stoß der relativ langsamen Kathodenstrahlen, welche durch die Kanalstrahlen im Gasraum erzeugt werden. Durch folgende Beobachtung war es mir bereits vor einiger Zeit wahrscheinlich geworden, daß die erste Annahme der Wirklichkeit entspricht. Wie ich nämlich zusammen mit Hrn. G. Wendt¹⁾ feststellte, werden durch den Stoß von Kanalstrahlenteilchen Metallatome aus festen Oberflächen leuchtend in ruhenden Serienlinien herausgeworfen. Hieraus ergab sich ohne weiteres die Folgerung, daß auch in dem Gasraum selbst, in dem Kanalstrahlen verlaufen, ruhende Serienlinien unmittelbar durch den Stoß von Kanalstrahlen zur Emission gebracht werden. Gelegentlich der zahlreichen Beobachtungen²⁾, welche ich in letzter Zeit zusammen mit den Herren Wendt, Kirschbaum und Künzer über die Kanalstrahlen mehrerer chemischer Elemente unter verschiedenen Bedingungen anstellte, erhielt ich die Gewißheit von der Richtigkeit jener Folgerung.

Der Beweis dafür, daß der Stoß der Kanalstrahlen, nicht der langsamen sekundären Kathodenstrahlen, unmittelbar die ruhenden Serienlinien zur Emission bringt, ist in folgender Beobachtung zu erblicken. Bei niedrigem Gasdruck werden die Kathodenstrahlen so wenig absorbiert, daß sie, ohne Licht zu erregen, einen Gasraum durchlaufen; bei dem niedrigen Druck für Erzeugung der Röntgenstrahlen haben selbst die im Verhältnis zu den Kathodenstrahlen sehr viel mehr absorbierbaren H- und He-Kanalstrahlen so wenig Zusammenstöße mit ruhenden Gasteilchen, daß sie ihren Weg im Gasraum dunkel³⁾ lassen und, wie wir mehrfach feststellen konnten, im Kanalstrahlenspektrum keine oder nur eine sehr geringe Intensität liefern. Mischt man indes Wasserstoff oder Helium, ein schwereres Element (Sauerstoff, Schwefel, Chlor, Quecksilber) in relativ kleinem Teildruck bei, vor allem in dem Raum zwischen Anode und Kathode, und wählt den Gesamtdruck so klein, daß der Kathodenfall in der Stromröhre über 14000 Volt steigt und Röntgenstrahlung merkbar wird, dann

1) J. Stark u. G. Wendt, *Ann. d. Phys.* 38. p. 669. 1912.

2) Die hierbei angewandten Methoden sind ausführlich beschrieben in *Ann. d. Phys.* 40. p. 499. 1913.

3) H. v. Dechend u. W. Hammer, *Ber. d. Heidelb. Akad.* 1910. Nr. 21.

leuchtet das zylindrische Kanalstrahlenbündel noch intensiv und liefert in seinem Spektrum außer den bewegten Streifen der Serienlinien des beigemischten schwereren Gases die ruhenden Serienlinien des Wasserstoffs und Heliums in beträchtlicher Intensität. Es liegt auf der Hand, daß diese unter den angegebenen Bedingungen nur von dem Stoß der schwereren, sehr viel stärker absorbierten Kanalstrahlenteilchen auf die ruhenden H- und He-Atome zur Emission gebracht werden können.

Daß dem so ist, geht weiter aus der scharfen Begrenzung des leuchtenden Kanalstrahlenbündels unter den angegebenen Bedingungen hervor. Rührte das Leuchten von dem Stoß der sekundären Kathodenstrahlen her, so müßte es den ganzen Querschnitt der Kanalstrahlenröhre erfüllen und von dem Kanalstrahlenbündel weg nach der Röhrenwandung zu nur wenig an Intensität verlieren.

Noch ein Beweis für die Richtigkeit unserer Folgerung liegt in nachstehender Beobachtung. Nach den bis jetzt vorliegenden Messungen¹⁾ besitzen die von den Kanalstrahlen hervorgebrachten sekundären Kathodenstrahlen nur eine kleine Geschwindigkeit, die jedenfalls nicht größer ist als diejenige der Kathodenstrahlen in der positiven Säule von niedriger Temperatur. Nun vermögen die langsamen Kathodenstrahlen der positiven Säule von niedriger Temperatur bei gewissen Elementen, so bei Sauerstoff, Schwefel, Stickstoff, Argon nur die einwertigen Serienlinien, nicht die höherwertigen (Funkenlinien) zur Emission zu bringen. Die Kanalstrahlen in diesen Gasen bringen indes bei einem Kathodenfall von mehr als 5000 Volt neben den einwertigen auch die höherwertigen Serienlinien in beträchtlicher ruhender Intensität zur Emission.

Die Feststellung der Tatsache, daß der Stoß der Kanalstrahlen der unmittelbare Strahlungserreger der ruhenden Serienlinien ist, können wir nun mit dem Nachweis zusammenhalten, daß die Träger der Serienlinien, wahrscheinlich mit Ausnahme der Serien wirklich einfacher Linien, positive Atom-

1) Ch. Füchtbauer, *Physik. Zeitschr.* 7. p. 153, 748. 1907; J. J. Thomson, *Proc. Cambr. Soc.* 13. p. 212. 1906; H. Baerwald, *Verh. d. Deutsch. Physik. Ges.* 14. p. 675. 1912.

ionen sind. Es wäre zwar kein Grund einzusehen, warum ein Kanalstrahlenteilchen beim Stoß auf ein positives Atomion dieses nicht zur Emission von ruhenden Serienlinien veranlassen sollte. Da indes in einem Kanalstrahlenbündel der Teildruck der positiven Atomionen außerordentlich klein ist im Verhältnis zu demjenigen der neutralen Atome, so ist die Chance für den Stoß eines Kanalstrahlenteilchens auf ein neutrales Atom sehr viel größer als für den Stoß auf ein positives Atomion. Wir müssen darum folgern, daß die ruhenden Serienlinien anlässlich des Stoßes von Kanalstrahlen auf neutrale Atome zur Emission kommen. Da sie andererseits positive Atomionen als Träger haben, so ergibt sich der Schluß, daß der Stoß eines Kanalstrahlenteilchens auf ein neutrales Atom aus diesem ein Valenzelektron oder mehrere herauswirft, das so entstehende ein- oder mehrwertige positive Atomion mit Licht in Serienfrequenzen füllt und danach weiter laufend dessen Kraftfeld wieder verläßt.

§ 2. *Emission ruhender Serienlinien verschiedener Wertigkeit in den Kanalstrahlen.* — Sind wir einmal auf den vorstehenden Standpunkt angelangt, so erhebt sich von selbst die Frage, ob die ruhenden Serienlinien verschiedener Wertigkeit eines Atoms nicht in verschiedener Intensität von den Kanalstrahlen zur Emission gebracht werden, wie es in so auffallendem Maße für ihre bewegte Intensität gefunden wurde und wie es auch für die Emission ruhender Serienlinien durch den Stoß von Kathodenstrahlen der Fall ist. So werden die einwertigen Serienlinien des Stickstoffs¹⁾, Sauerstoffs²⁾ und Argons³⁾ in der positiven Säule niedriger Temperatur allein zur Emission gebraucht, nicht auch die höherwertigen Serienlinien; dagegen erscheinen diese intensiv neben den einwertigen Serienlinien in der negativen Glimmschicht unter dem Stoß der schnellen Kathodenstrahlen. Dasselbe ist für die vierwertigen Linien des Quecksilbers⁴⁾ beobachtet worden.

1) W. Hermann, *Physik. Zeitschr.* 7. p. 567. 1906. Eine Weiterführung dieser Untersuchung wird von mir veröffentlicht werden (Stark).

2) J. Stark, *Ann. d. Phys.* 26. p. 827. 1908.

3) J. Stark u. H. Kirschbaum, *Münch. Ber.* 1913.

4) J. Stark, *Ann. d. Phys.* 16. p. 490. 1905.

Diese Vermutung wird in der Tat durch folgende Beobachtungen bestätigt. Bei 3500 Volt Kathodenfall bringen die Kanalstrahlen in Sauerstoff die ruhenden einwertigen Serienlinien im Verhältnis zu den ruhenden höherwertigen Funkenlinien außerordentlich intensiv zur Emission; bei 7500 Volt Kathodenfall hat sich dies Verhältnis erheblich zugunsten der Funkenlinien geändert, und bei 15000 Volt Kathodenfall erscheinen auf unseren Spektrogrammen die ruhenden Funkenlinien intensiver als die einwertigen Serienlinien.

Quecksilberdampf konnten wir in vorstehender Hinsicht wegen der Zerstreuung⁵⁾ nur in Mischung mit Wasserstoff und Helium untersuchen. Bei 3500 Volt Kathodenfall erschienen die ruhenden einwertigen Dupletlinien sehr viel intensiver als die ruhenden höherwertigen Linien. Bei 15000 Volt Kathodenfall dagegen war das Verhältnis umgekehrt; es erschienen dann sogar die ruhenden Intensitäten von vierwertigen Linien, die für einen kleinen Kathodenfall unsichtbar blieben.

Es verdient bemerkt zu werden, daß in einem Gemisch eines Elementes mit sehr viel Helium fast nur die einwertigen Linien des Elementes in ruhender Intensität erscheinen, daß jedenfalls die höherwertigen Linien eine sehr viel kleinere Intensität besitzen, wie wir es z. B. bei Argon und Sauerstoff beobachteten. Ob dies in der Struktur des He-Atoms oder in der kleinen kinetischen Energie der He-Kanalstrahlen seinen Grund hat, läßt sich vorderhand nicht entscheiden.

Endlich seien noch folgende Analogien zwischen den Emissionen ruhender Serienlinien durch die Kathoden- und Kanalstrahlen erwähnt. Solche Elemente wie Helium und Quecksilber, welche schon durch die langsamen Kathodenstrahlen der positiven Säule zur Emission von ein-, zwei- oder dreiwertigen Serienlinien angeregt werden, liefern diese ruhenden Serienlinien auch schon unter dem Stoß langsamer Kanalstrahlen. Diejenigen Serienlinien, welche bereits in der positiven Säule niedriger Temperatur intensiv herauskommen, besitzen auch in langsamen Kanalstrahlen eine große ruhende Intensität.

1) J. Stark u. H. Kirschbaum, Physik. Zeitschr. 14. p. 433. 1913.

§ 3. *Problem der fremdbewegten Intensität von Serienlinien.*

— Das Heliumatom vermag bei sehr großer Geschwindigkeit als α -Strahl andere Atome sogar zentral zu durchfliegen; diese Tatsache wird heute wohl allgemein als feststehend angenommen. Die Fähigkeit des zentralen Durchfliegens erlischt vermutlich¹⁾ bei einem bestimmten Schwellenwert der Geschwindigkeit. Da das peripherische Durchfliegen von Atomen oder die Durchdringung ihrer äußeren Schichten eine kleinere kinetische Energie als das zentrale Durchfliegen erfordert, vermögen He-Atome vermutlich auch unterhalb jenes Schwellenwertes die oberen Schichten eines anderen Atoms zu durchlaufen. Der Stoß eines α -Strahles auf ein Atom ist demnach vollkommen unelastisch.

In der kinetischen Gastheorie wird angenommen, daß der Stoß von Gasmolekülen aufeinander elastisch sei, daß sie also nach den Stoßgesetzen Bewegungsgröße und kinetische Energie aufeinander übertragen. Für kleine Geschwindigkeiten ist diese Annahme jedenfalls in erster Annäherung zutreffend.

Zwischen dem α -Strahl und dem Molekül der kinetischen Gastheorie steht das Kanalstrahlenteilchen.²⁾ Von ihm werden wir zwar kein zentrales, wohl aber ein peripherisches Durchfliegen anderer Atome erwarten dürfen, wie ich bereits aus dem Eindringen³⁾ von Kanalstrahlen in feste Körper gefolgert habe. Indes mag auf der anderen Seite eine Annäherung an

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 28. p. 996. 1909.

2) Zu einer ähnlichen Auffassung ist auch Hr. H. Pettersson gekommen. Mit seinem Einverständnis teile ich hier folgende interessante Stelle aus einem Briefe von ihm an mich (7. Febr. 1913) mit: „Es existiert, scheint mir, ein kontinuierlicher Übergang zwischen den beinahe völlig elastischen Stößen bei gewöhnlichen Geschwindigkeiten der Gasmoleküle und der absolut geradlinigen „Penetration“ bei den extremen α -Geschwindigkeiten, so daß mit wachsender Geschwindigkeit die Richtungsänderung des „Projektils“ beim Stoß sowie die von ihm abgegebene Bewegungsgröße immer kleiner wird. Ich bin seit längerer Zeit der Meinung, daß wenn man die Kanalstrahlen als eine Art künstlicher, relativ weicher α -Strahlen betrachten kann, man ihnen auch die Fähigkeit der „Penetration“ zuschreiben muß. Danach soll die bewegte Intensität von dem Projektil die ruhende Intensität von dem durchschossenen, aber dabei unbewegt bleibenden Molekül herrühren.“

3) J. Stark u. G. Wendt, Ann. d. Phys. 38. p. 921. 1912.

das Molekül der kinetischen Gastheorie insofern vorhanden sein, als ein Kanalstrahlenteilchen bei seinem mehr oder minder gekrümmten Flug durch die oberen Schichten eines anderen Atoms auf dieses eine Bewegungsgröße überträgt. Diese Vermutung verlangt eine experimentelle Prüfung.

Durchlaufen α -Strahlen andere Atome, so werfen sie aus diesen abtrennbare Valenzelektronen als langsame Kathodenstrahlen heraus, wie durch mehrfache Untersuchungen¹⁾ festgestellt ist. Verlaufen sie in Helium, so bringen sie gleichzeitig dessen Serienspektrum²⁾ zur Emission. Nach den oben gewonnenen Resultaten haben wir zu folgern, daß auch in diesem Falle die Emission der ruhenden Serienlinien unmittelbar durch den Stoß des α -Teilchens angeregt wird. Da in diesem Falle das durchflogene Atom ruhig liegen bleibt, so werden die emittierten Serienlinien vollkommen ruhend sein, also keine Geschwindigkeit in der Richtung des sie erregenden α -Teilchens zeigen.

Wenn nun ein Kanalstrahl, der dem Molekül der kinetischen Gastheorie näher steht, die Oberflächenschicht eines anderen Atoms durchfliegt, aus diesem ein Elektron oder mehrere herauswirft und Serienfrequenzen des so entstehenden positiven Atomions mit Licht füllt, wird er dann nicht in manchen Fällen auf das gestoßene Atom gleichzeitig einen gewissen Betrag von Bewegungsgröße in seiner Richtung übertragen? Und ist dies wirklich der Fall, dann werden die zur Emission gebrachten Serienlinien nicht mehr vollkommen ruhend sein, sondern einem den Kanalstrahlen entgegenblickenden Beobachter entsprechend der Geschwindigkeit ihrer Träger um einen kleinen Betrag nach kürzeren Wellenlängen verschoben erscheinen.

Auf Grund dieser Überlegung habe ich zusammen mit Hrn. G. Wendt nach einer derartigen langsam bewegten Intensität ruhender Serienlinien gelegentlich der Arbeit über die Serienemission fester Körper durch Kanalstrahlen gesucht, freilich ohne Erfolg wegen der Ungunst der Versuchsbedingungen.

1) Literatur: N. Campbell, Die Deltastrahlen, Jahrb. d. Rad. u. El. 9. p. 419. 1912.

2) F. Himstedt u. G. Meyer, Physik. Zeitschr. 7. p. 762. 1906; J. Stark u. F. Giesel, Physik. Zeitschr. 8. p. 580. 1907.

In einer späteren Mitteilung¹⁾ bin ich dann auf die obigen Überlegungen zurückgekommen, ohne indes einen Beweis für das Vorkommen von jener bewegten Intensität zweiter Art beibringen zu können. Der Kürze halber sei diese bewegte Intensität nach ihrem Ursprung „fremdbewegt“ genannt, zum Unterschied von der bisher allein bekannten bewegten Intensität, die „selbstbewegt“ genannt sei, da sie die bewegten Kanalstrahlenteilchen an sich selbst durch Stoß zur Emission bringen.

Der Mißerfolg der ersten Suche nach einem Beispiel für das Auftreten einer fremdbewegten Intensität machte klar, daß es sich hier um ein schwer zu beobachtendes Phänomen handelt. Falls überhaupt, so war ein Erfolg nur von einer sehr guten spektrographischen Technik zu erwarten. Nun besitzt der von mir zusammengestellte Prismenspektrograph²⁾, der zuerst zur Untersuchung der He-Kanalstrahlen³⁾ verwandt wurde und unterdessen als Kameraobjektiv ein Zeissstessar von 30 cm Brennweite (Öffnungsverhältnis 1:3,5) erhielt, hervorragende Eigenschaften. Er vereinigt große Lichtstärke mit scharfer Zeichnung und großer Dispersion. Diese ist bei ihm im Violett ungefähr so groß wie diejenige eines Rowlandschen Konkavgitters von 3 m Radius in der ersten Ordnung.

Außer der Anwendung eines leistungsfähigen Spektrographen verlangten die Neuheit und Feinheit des Phänomens die Sammlung eines ausgedehnten Beobachtungsmaterials unter vielfach geänderten Bedingungen. Hierzu boten die Linien zweier Elemente bei unseren ausgedehnten Untersuchungen über Kanalstrahlen Gelegenheit, Aluminium und Helium. Als Kathoden- und Anodenmaterial wurde nämlich in allen unseren Kanalstrahlenröhren Aluminium verwendet; wenn nicht durch eine chemische Reaktion des Füllgases, so gelangten Al-Atome infolge der kathodischen Zerstäubung in den Kanalstrahlenraum und lieferten auf allen Spektrogrammen von längerer Belichtung das Al-Duplet $\lambda 3962-3944 \text{ \AA}$. Und die He-Linien erhielten wir deswegen auf zahlreichen Spektro-

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 14. p. 108. 1913.

2) Gebaut aus Mitteln der Preuß. Akad. d. Wissensch., der Jagor-Stiftung und der Rhein. Gesellschaft für wissensch. Forschung.

3) J. Stark, A. Fischer u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 40. p. 507. 1913.

grammen für verschiedene Kanalstrahlenarten, weil wir die Kanalstrahlen aller anderen untersuchten Elemente zum Zweck der Zurückdrängung der störenden Zerstreuung in Helium verlaufen ließen.

Obwohl auch bei anderen Elementen Beobachtungsmaterial bezüglich des Problems der fremdbewegten Intensität vorliegt, so möchte ich mich hier auf die Mitteilung des an Al- und He-Linien gesammelten umfangreicheren Materials beschränken. Zuvor sei indes noch auf eine Erscheinung hingewiesen, welche mit dem Auftreten der fremdbewegten Intensität in engem Zusammenhang steht.

Daß ein Kanalstrahlenteilchen beim Stoß auf ein Atom unter Abtrennung eines Valenzelektrons das so entstehende Atomion in Serienfrequenzen mit Licht füllen kann, ist nach dem ersten Resultat der vorliegenden Untersuchung nicht mehr zweifelhaft. Es fragt sich nur, ob das gestoßene Kanalstrahlenteilchen auf das gestoßene Atom auch Bewegungsgröße übertragen kann. Diese für kleine Geschwindigkeiten ohne weiteres mit Ja zu beantwortende Frage kann auch für die größeren Geschwindigkeiten der Kanalstrahlen bejaht werden. Dies ist erstens aus der Tatsache zu folgern, daß Kanalstrahlen auf ihrem Weg durch ein Gas eine Zerstreuung¹⁾ an den gestoßenen Gasmolekülen erfahren; die hiermit stattfindende Änderung der Bewegungsgröße des stoßenden Kanalstrahlenteilchens ist notwendig mit einer Änderung der Bewegungsgröße des gestoßenen Atoms verbunden. Zweitens ist das gleiche aus der Tatsache zu folgern, daß Kanalstrahlen durch den Stoß auf feste Körper, so auf das Metall der Kathode eine Emission langsamer Atomstrahlen aus der getroffenen Stelle bewirken; die Bewegungsgröße der bei dieser Zerstäubung²⁾ abgetrennten Atome rührt mittelbar oder unmittelbar von derjenigen der stoßenden Kanalstrahlenteilchen her. Endlich hat C. T. R. Wilson³⁾ eine interessante Beobachtung über die Bahn eines α -Teilchens veröffentlicht, die er

1) J. Stark u. H. Kirschbaum, *Physik. Zeitschr.* 14. p. 433. 1913.

2) Vgl. V. Kohlschütter, *Die Zerstäubung durch Kanalstrahlen* (Bericht), *Jahrb. d. Rad. u. El.* 9. p. 355. 1912.

3) C. T. R. Wilson, *Jahrb. d. Rad. u. El.* 10. p. 43. 1913.

dabin deutet, daß ein α -Teilchen von verkleinerter Geschwindigkeit am Ende seiner Bahn bei einer großen Ablenkung durch ein gestoßenes Atom auf dieses eine beträchtliche Bewegungsgröße überträgt.

§ 4. *Beobachtungen an Al-Linien.* — Die Linien des Al-Duplets λ 3961,7—3944,2 Å. sind einwertig; sie eigneten sich wegen ihrer Lichtstärke und ihrer Lage im Gebiete großer Dispersion des von mir benutzten Spektrographen besonders für die vorliegende Untersuchung. Die zweite Komponente λ 3944,2 Å. verhält sich genau wie die erste, sie ist nur etwas lichtschwächer; ich beschränke mich darum auf die erste Komponente λ 3961,7 Å. Die Dispersion des benutzten Spektrographen beträgt für sie 1:5,8 mm:Å.

Es war zunächst zu prüfen, ob der benutzte Spektrograph die Linie λ 3961,7 Å., wenn sie ohne bewegte Intensität, z. B. in der positiven Säule des Glimmstromes durch AlCl_3 zur

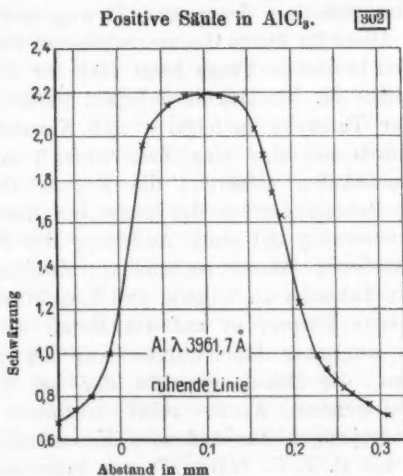


Fig. 1.

Emission gebracht wird, an beiden Rändern scharf und symmetrisch selbst bei großer Schwärzung zeichnete. Daß dies in der Tat der Fall war, geht aus der Fig. 1 hervor. Weiter ist für ein jedes in die Diskussion einbezogene Spektrogramm

noch besonders zu prüfen, ob nicht eine einseitige Unschärfe der Linie λ 3961,7 Å. dadurch bewirkt wurde, daß während der Exposition durch eine Erschütterung des Spektrographen oder eine große Temperaturänderung eine geringe Verschiebung des Spektrums auf der photographischen Platte bewirkt wurde. Ist dies der Fall, dann müssen alle benachbarten ruhenden Linien die gleiche einseitige Unschärfe wie λ 3961,7 Å. zeigen. Diese Kontrolle habe ich selbstverständlich bei allen Spektrogrammen vorgenommen; es fand sich übrigens unter etwa 100 Aufnahmen nur eine einzige, welche aus dem vorstehenden Grunde zu verwerfen war. Als Beispiel für die Schärfe benachbarter Linien für den Fall einer gleichzeitigen Unschärfe unserer Al-Linie ist in Fig. 2 das Bild der He-Linie λ 3964,9 Å.

Ar-Strahlen in He. Kathodenfall 7900 Volt.

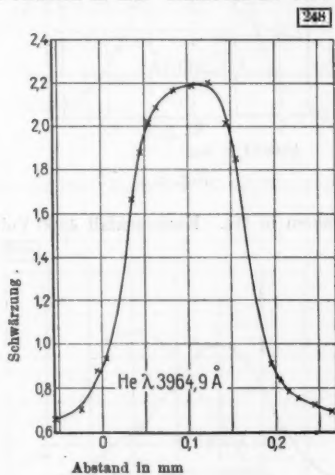


Fig. 2.

gegeben. Es ist von demselben Spektrogramm [248] abgenommen, von dem das Bild der Al-Linie λ 3961,7 Å. in Fig. 5 gewonnen wurde.

Nunmehr seien die Kanalstrahlenbilder dieser Linie zusammengestellt, welche die Kanalstrahlen verschieden schwerer Elemente von ihr entwickeln. Nach meinen Spektrogrammen

ist zunächst festzustellen, daß die Kanalstrahlen von Elementen von kleinerem Atomgewicht als Al, nämlich N und O, der ruhenden Al-Linie keine fremdbewegte Intensität verleihen, sondern sie an beiden Rändern scharf liefern. Ein Beispiel hierfür ist in Fig. 3 gegeben. In reinem Wasserstoff und Helium erscheinen

O-Strahlen in He und O₂. Kathodenfall 14000 Volt.

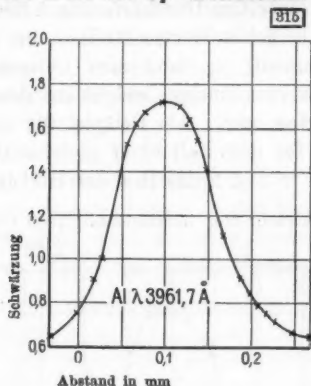


Fig. 3.

S-Strahlen in He. Kathodenfall 4300 Volt.

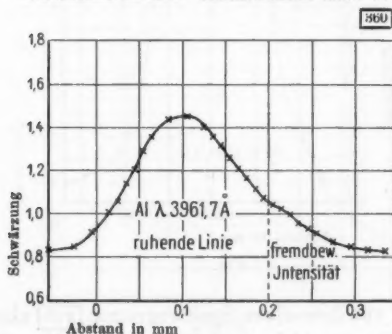


Fig. 4.

die Al-Linien infolge der geringen Zerstäubung so schwach, daß sich in vorliegender Hinsicht keine sichere Aussage machen läßt.

Die Kanalstrahlen der Elemente von größerem Atomgewichte als Al verleihen dagegen der Al-Linie eine fremdbewegte Intensität in kontinuierlichem Übergang zur ruhenden

Ar-Strahlen in He. Kathodenfall 7900 Volt.

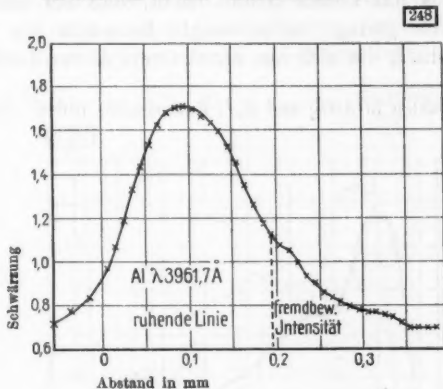


Fig. 5.

Hg-Strahlen in He. Kathodenfall 16000—18000 Volt.

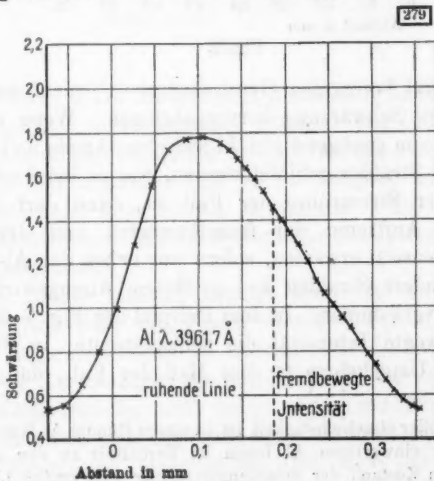


Fig. 6.

Linie. Dies wurde für S-, Ar-, Hg-Kanalstrahlen festgestellt, wofür die Figg. 4, 5, 6 je ein Beispiel geben.

Es mag auffallen, daß in den vorstehenden Figuren nicht die gewöhnliche selbstbewegte Intensität von Al-Kanalstrahlen auftritt. Dies hat seinen Grund darin, daß bei der großen Dispersion die geringe selbstbewegte Intensität der wenigen Al-Kanalstrahlen, die sich aus zerstäubtem Al vor der Kathode

Cl- und Al-Strahlen in AlCl_3 und H_2 . Kathodenfall 10000—15000 Volt.

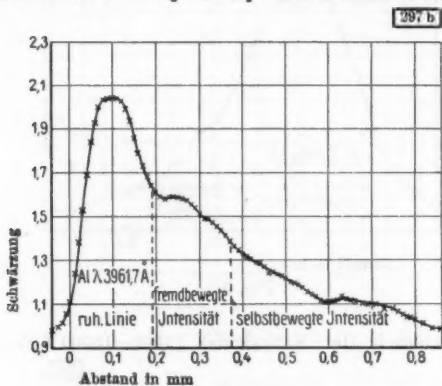


Fig. 7.

bildeten, zumal bei großer Geschwindigkeit¹⁾ nicht ausreichte, eine merkbare Schwärzung hervorzubringen. Wenn indes bei Anwesenheit von genügend viel Al zwischen Anode und Kathode zahlreiche Al-Strahlen gebildet werden, wie es bei Anwesenheit von Cl in der Stromröhre der Fall ist, dann darf man das gleichzeitige Auftreten der fremdbewegten und der selbstbewegten Intensität erwarten, sofern nur neben den Al-Strahlen zahlreiche andere Strahlen von größerem Atomgewicht, z. B. Cl-Strahlen, vorkommen. In dem Beispiel der Fig. 7 überwiegt die fremdbewegte Intensität die selbstbewegte; in Fig. 8 ist dagegen das Umgekehrte in dem Maß der Fall, daß man an

1) Bei großer Geschwindigkeit ist in einem Bündel Al-Kanalstrahlen der Anteil der einwertigen Al-Ionen im Verhältnis zu den zwei- und dreiwertigen im Zustand der Strahlungserregung sehr gering (J. Stark, R. Künzer u. G. Wendt, Berl. Ber. 24. p. 480. 1918).

dem Auftreten der fremdbewegten Intensität überhaupt zweifeln könnte.

Nun habe ich im vorstehenden bei der Beschreibung der Figuren mit dem Gebrauch des Wortes fremdbewegte Intensität das Resultat ihrer Diskussion bereits vorweggenommen, nämlich die Folgerung, daß Kanalstrahlen, deren Atomgewicht kleiner als dasjenige von Al ist, Al-Atome beim Stoß auf sie

Cl- und Al-Strahlen in AlCl_3 , HgCl_2 , Cl_2 , H_2 . Kathodenfall 8000 Volt.

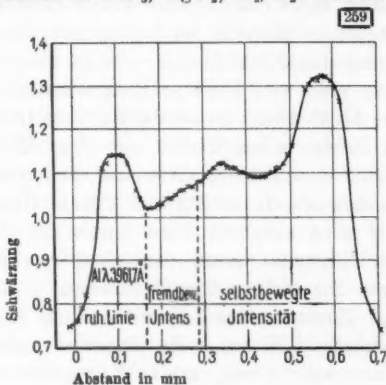


Fig. 8.

zu einwertigen Ionen machen und gleichzeitig Lichtenergie und Bewegungsgröße ihnen mitteilen können. Bei der Neuheit und Wichtigkeit dieser Folgerung möchte ich sie freilich nur mit Vorbehalt hier aufstellen und es für möglich erklären, daß die beschriebene Erscheinung in anderer Weise sich deuten läßt. Nachstehende Erklärungsversuche wenigstens erscheinen mir ausgeschlossen.

Man könnte nämlich geneigt sein, das Auftreten einer bewegten Intensität von kleiner Geschwindigkeit bei der Al-Linie in folgender Weise zu deuten. Die Al-Atome kommen infolge der Zerstäubung von der Kathode her in das Gebiet großen Kathodenfalls; noch bevor einige von ihnen erheblich von der Kathode sich entfernen haben können, werden sie als positive Ionen vom elektrischen Feld nach der Kathode zu zurückgetrieben und erlangen, bis zu deren Oberfläche lediglich

einen kleinen Bruchteil des Kathodenfalls durchlaufend, nur eine kleine Geschwindigkeit; ihre selbstbewegte Lichtemission hinter der Kathode täuscht dann die vermutete fremdbewegte Intensität vor. Diese Erklärung kann deswegen nicht zutreffend sein, weil sie auch für den Fall der N- und O-Strahlen gelten würde und weil in diesem Falle die fremdbewegte Intensität fehlt.

Ein anderer Erklärungsversuch könnte so lauten: Das Aluminium bildet mit Cl und S eine Verbindung im Gasraum. Das so entstehende Molekül wird ionisiert, durchläuft mit positiver Ladung den Kathodenfall, nimmt aber wegen seiner größeren Masse eine viel kleinere Endgeschwindigkeit an als ein einwertiges Al-Atomion; hinter der Kathode trennt sich dann das Al-Atom infolge eines Stoßes aus dem Molekülverband, läuft mit kleiner Geschwindigkeit weiter und liefert demnach nur eine selbstbewegte Intensität von kleiner Geschwindigkeit. Diese Deutung wird ausgeschlossen durch das Auftreten der fremdbewegten Intensität unter dem Stoß von Ar- und Hg-Strahlen, durch ihr Fehlen für O-Strahlen.

In diesem Zusammenhang gewinnt auch folgende Beobachtung Bedeutung. H- und He-Strahlen zerstäuben eine Al-Kathode nur sehr wenig, merklich stärker schon ist die Zerstäubung in O und N, noch mehr in S. Ar-Strahlen dagegen bringen bereits eine auffallende starke Al-Zerstäubung hervor und eine noch stärkere Hg-Strahlen.

§ 5. *Beobachtungen an He-Linien.* — Trotzdem die He-Linien λ 4026—3965—3889 Å. intensiv sind und im Gebiet großer Dispersion des von mir benutzten Spektrographen liegen, habe ich für He- und H-Strahlen in He auf keinem meiner zahlreichen Spektrogramme an ihnen eine fremdbewegte Intensität feststellen können; es zeigt vielmehr der kurzwellige Rand in diesem Fall die gleiche Schärfe wie der langwellige Rand.

Auch auf den meisten Spektrogrammen für Kanalstrahlen schwerer Elemente in He ist bei jenen He-Linien nicht eine Andeutung einer fremdbewegten Intensität zu erkennen. Nur auf Spektrogramm [213] (O-Strahlen), [238] (N-Strahlen), [248] (Ar-Strahlen) und [360] (S-Strahlen) erscheint der kurzwellige Rand der Linien λ 4026 und 3889 Å. unter einer starken Lupe ein wenig unschärfer als der langwellige Rand. Es ist

ja allerdings zu beachten, daß bei der Aufnahme dieser Spektrogramme neben den schwereren Kanalstrahlen zahlreiche He-Strahlen auftreten und daß aus diesem Grunde nur ein Teil der ruhenden Intensität der He-Linien von dem Stoß der schwereren Kanalstrahlen angeregt ist. Gleichwohl zögere ich zu behaupten, daß durch meine Beobachtungen das Auftreten einer fremdbewegten Intensität bei He-Linien unter dem Stoß schwerer Kanalstrahlen bewiesen ist. Soviel indes ist sicher: wenn bei Linien des He-Atoms überhaupt eine fremdbewegte Intensität auftritt, so ist sie jedenfalls sehr viel schwächer und auf kleinere Geschwindigkeiten beschränkt als diejenige der einwertigen Linien des Al-Atoms, die von den Kanalstrahlen schwererer Elemente veranlaßt wird.

Dieser Unterschied in dem Kanalstrahlenverhalten des He- und Al-Atoms läßt sich zwanglos auf Grund der oben angestellten Überlegungen deuten. Es ist offenbar in dem Verhältnis der Atomgewichte der zwei Elemente begründet. Und ist die gegebene Deutung der „fremdbewegten“ Intensität richtig, so ist zu folgern, daß bei Geschwindigkeiten von S-, Cl-, Ar-, Hg-Strahlen, bei welchen ein gestoßenes Al-Atom von Seite des stoßenden Teilchens eine beträchtliche Bewegungsgröße übertragen erhält, ein He-Atom jene Elemente und He-Strahlen peripherisch durchfliegt und selbst durchflogen wird, ohne von dem durchquerten Kanalstrahlenteilchen eine merkbare Bewegungsgröße mitgeteilt zu erhalten.

Diese Folgerung steht vorzüglich in Einklang mit der Erscheinung, daß die Kanalstrahlen schwerer Elemente beim Verlauf in Helium nur eine geringe Zerstreuung¹⁾ im Vergleich zu derjenigen in schwereren Gasen erfahren. Helium ist daher für die Beobachtung der bewegten Intensität von Kanalstrahlen ohne den störenden Einfluß der Zerstreuung ein besonders geeignetes Gas; seine Atome regen nämlich bei der Durchquerung der Kanalstrahlen anderer Elemente diese zur Emission bewegter Intensität an, ohne sie erheblich zu bremsen oder abzulenken.

§ 6. *Resultate.* — Die ruhende Intensität von Serienlinien in den Kanalstrahlen wird unmittelbar durch den Stoß von

1) J. Stark u. H. Kirschbaum, Physik. Zeitschr. 14. p. 433. 1913.

Kanalstrahlenteilchen auf ruhende Atome bei deren peripherischer Durchquerung unter gleichzeitiger Ionisierung zur Emission gebracht.

Das Verhältnis der ruhenden Intensität höherwertiger Linien eines Elements zu derjenigen seiner einwertigen Linien wächst mit zunehmender Geschwindigkeit der Licht erregenden Kanalstrahlen.

He-Kanalstrahlen bevorzugen bei der Anregung der Emission von ruhenden Serienlinien eines anderen Elementes niederwertige Linien.

Es ist wahrscheinlich, daß auf gestoßene Al-Atome von schwereren Kanalstrahlenteilchen gleichzeitig Lichtenergie und Bewegungsgröße übertragen wird.

Die Kanalstrahlen schwerer Elemente lassen He-Atome, die auf ihrem Wege liegen, durch ihre oberen Schichten beim Vorwärtslaufen dringen, ohne auf sie eine merkliche Bewegungsgröße zu übertragen.

Aachen, Physik. Institut d. Techn. Hochschule, 20. Mai 1913.

(Eingegangen 26. Mai 1913.)

**8. Über selektive Absorption¹⁾;
von R. Ladenburg und F. Reiche.**

Einleitung.

§ 1. Georges Louis Gouy²⁾ hat wohl als erster darauf hingewiesen, daß auch die schärfsten Spektrallinien einen endlichen Wellenlängenbezirk umfassen und innerhalb desselben eine gewisse Intensitätsverteilung besitzen müssen. Entsprechend hat auch die Absorption an verschiedenen Punkten einer Spektrallinie verschiedene Werte. Verwendet man daher bei der Messung der Absorption eines selektiv absorbierenden Körpers als Lichtquelle einen Spektralstreifen aus einem kontinuierlichen Spektrum, so findet man andere Werte der Absorption, als wenn man eine Spektrallinie als Lichtquelle benutzt. (Diese muß natürlich dieselben Wellenlängen emittieren, die der zu untersuchende Körper absorbiert.) Nur wenn man „unendlich schmale“ Wellenlängenbezirke aus einer beliebigen Lichtquelle ausschneidet und deren Absorption Punkt für Punkt innerhalb der „aufgelösten Spektrallinie“ untersucht, wird man offenbar eindeutige Resultate über den Verlauf der Absorption im Inneren der Spektrallinie erhalten. Gewöhnlich mißt man aber die GesamtabSORPTION einer unaufgelösten Spektrallinie, wobei als Lichtquelle entweder eine gleiche Linie oder ein kontinuierliches Spektrum dient. Wie diese beiden Arten von Absorption theoretisch definiert werden können und welche Schlüsse man daraus auf den Verlauf der Absorption innerhalb der Absorptionslinie ziehen kann, soll in der vorliegenden Arbeit erörtert werden.

1) Vgl. R. Ladenburg u. F. Reiche, Sitzungsber. d. schles. Ges. f. vaterl. Kultur, 21. Februar 1912.

2) G. L. Gouy, Compt. rend. 88. p. 418. 1879.

Theorie.

§ 2. Untersucht werde im folgenden ein selektiv absorbierender Körper, der in einer Richtung (der Z Richtung) die Länge l besitze und von zwei zur Z -Achse senkrechten parallelen Ebenen begrenzt sei. Er sei charakterisiert durch den Brechungsquotienten n und den Extinktionskoeffizienten¹⁾ $n\kappa$; letzterer soll jedoch stets klein im Vergleich zu 1 bleiben. Durch diese Beschränkung erreichen wir, daß wir von einer Reflexion des auffallenden Lichtes an dem untersuchten Körper absehen können.

Wir bezeichnen mit

$$\nu = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

die Frequenz und nehmen an, daß unser Körper in der Umgebung der Frequenz ν_0 einen isolierten Absorptionsstreifen besitze. Unseren Betrachtungen soll ferner die gewöhnliche Drudesche Dispersionstheorie zugrunde liegen, in der gerade für den vorliegenden Fall geeigneten Bezeichnungsweise von Voigt.¹⁾ Charakteristisch ist dieser Theorie das durch Helmholtz rein formal eingeführte, der Geschwindigkeit proportionale Dämpfungsglied in der Schwingungsgleichung des Resonatorelektrons:

$$(1) \quad x'' + \nu' x' + \nu_0^2 x = \frac{e}{m} X;$$

hier bezeichnet x eine der Elongationskomponenten des Elektrons, e/m seine spezifische Ladung, ν_0 seine Eigenfrequenz, X die wirksame elektrische Komponente des äußeren Feldes und ν' den a priori unbekannt gelassenen Dämpfungsfaktor. Infolgedessen wird unser Resultat formal ungeändert bleiben und seine Gültigkeit behalten, wenn man statt dieser Dämpfung mit Planck die rein elektromagnetisch begründete Strahlungsdämpfung einführt, die bei periodischer Bewegung des Elektrons in erster Näherung seiner Geschwindigkeit proportional gesetzt werden kann.²⁾ Schließlich umfaßt der Drudesche Ansatz (1) formal auch die Lorentzsche Theorie der Stöße³⁾,

1) Bezeichnung wie bei W. Voigt, *Magneto- und Elektrooptik*, Leipzig 1908.

2) Vgl. M. Planck, *Berl. Ber.* p. 370 ff. 1902; p. 480. 1903.

3) H. A. Lorentz, *Absorption and emission of spectral lines*, Amsterdam Proc. 1905.

nach der die regelmäßigen Schwingungen des ungedämpft mit-
schwingenden Elektrons durch Zusammenstöße von Zeit zu
Zeit gestört werden; denn die Wirkung dieser Störung läßt
sich nach Lorentz im Zeitmittel formal durch ein der ersten
Ableitung x' proportionales Glied darstellen. Lediglich die
Größe des Faktors ν' wird für die eine oder andere Theorie
entscheiden können.¹⁾

Dagegen berücksichtigt der Ansatz (1) die infolge der Be-
wegung der Zentren nach dem Dopplerschen Prinzip statt-
findende Verbreiterung der Spektrallinie nicht: dieser Effekt
würde im Gegenteil zu prinzipiell anderen Resultaten führen,
wovon später (p. 204 ff.) ausführlicher zu sprechen sein wird.

Auf Grund des Ansatzes (1) sowie unter der Annahme
eines isolierten mäßig starken Absorptionsstreifens erhält man
die von Voigt l. c. angegebenen einfachen Formeln (19) und (29)
für die Abhängigkeit der Größen n und $n\kappa$ von der Frequenz
in der Umgebung der einzig als wirksam angenommenen Eigen-
frequenz ν_0 . Für uns wird lediglich die Funktion $n\kappa$ von
Bedeutung sein, die in der Voigtschen Bezeichnung folgende
Form hat:

$$(2) \quad n\kappa = \frac{e\nu'}{2n_0(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu^2\nu'^2}.$$

Hier hängt die Größe ρ mit der Ladung unseres Elek-
trons e , seiner spezifischen Ladung e/m , sowie mit der Zahl \mathfrak{N}
der Elektronen dieser Gattung pro Volumeneinheit durch die
Gleichung

$$(2a) \quad \rho = 4\pi\mathfrak{N} \frac{e^2}{m}$$

zusammen und n_0 bedeutet den Brechungsquotienten, der in
der Umgebung von ν_0 herrschen würde, wenn die Elektronen
dieser Gattung nicht vorhanden wären. Die Formel (2) gilt,
wenn der Brechungsquotient im Bereiche des Absorptions-
streifens nur wenig variiert, d. h. wenn

$$(2b) \quad n^2 - n_0^2 = 2n_0(n - n_0)$$

gesetzt werden kann, wo n den komplexen Brechungsindex
vorstellt.²⁾

1) In der Lorentzschen Theorie ist $2/\nu' = \tau$ die mittlere Zeit
zwischen zwei Zusammenstößen.

2) Diese Bedingung ist im wesentlichen identisch mit der bereits
eingeführten, daß $n\kappa$ klein gegen 1 ist.

Auf unseren so definierten selektiv absorbierenden Körper soll in der Z -Richtung ein nahezu paralleles Strahlenbündel auffallen, dessen Intensität im Frequenzbereich $\nu \dots \nu + d\nu$ gleich $\mathfrak{E}_a \cdot d\nu$ sei. Unser Körper wird dann nach dem Biot-Lambertschen Absorptionsgesetz den Bruchteil

$$(3) \quad \mathfrak{E}_a \cdot d\nu = \mathfrak{E}_a \cdot d\nu \cdot e^{-2kl}$$

hindurchlassen, wobei nach dem vorangehenden

$$k = n\kappa \cdot \frac{\nu}{c},$$

also

$$(4) \quad 2kl = \sigma \frac{\nu^2}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu^2 \nu'^2}$$

ist, falls zur Abkürzung

$$(4a) \quad \frac{q \nu' l}{n_0 c} = \sigma$$

gesetzt wird.

§ 3. Zur Berechnung der Gesamtabsorption, die eine beliebige Lichtquelle innerhalb der spektral unaufgelösten Spektrallinie erleidet, ist Gleichung (3) über ν zu integrieren, und zwar wollen wir als Grenzen dieses Integrals $\nu_0 - \delta$ und $\nu_0 + \delta$ wählen, wobei über δ zunächst nur die Annahme gemacht werde, daß

$$\delta \ll 2\nu_0$$

ist. Wir unterscheiden nun die zwei schon genannten Arten von Gesamtabsorption:

1. diejenige Absorption — im folgenden als *Gesamtabsorption schlechthin* mit A bezeichnet —, die ein kontinuierliches Spektrum bzw. ein gewisser, endlicher Frequenzbereich desselben in dem betrachteten Körper erfährt;

2. diejenige Absorption — im folgenden als *Linienabsorption* A_L bezeichnet —, die das Licht einer Spektrallinie erleidet, das von einem dem absorbierenden völlig gleichen leuchtenden Körper herrührt.

Zur Berechnung der ersten Art, der Gesamtabsorption A , setzen wir in Gleichung (3) \mathfrak{E}_a als konstant im untersuchten Intervall $\nu_0 - \delta$ bis $\nu_0 + \delta$ voraus und erhalten durch Integration

$$\int_{\nu_0 - \delta}^{\nu_0 + \delta} \mathfrak{E}_a \cdot d\nu = \mathfrak{E}_a \cdot \int_{\nu_0 - \delta}^{\nu_0 + \delta} e^{-2kl} \cdot d\nu,$$

so daß

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} A &= 1 - \frac{\int_{v_0-\delta}^{v_0+\delta} \mathfrak{E}_a \cdot e^{-2kl} \cdot dv}{\int_{v_0-\delta}^{v_0+\delta} \mathfrak{E}_a \cdot dv} = \frac{\int_{v_0-\delta}^{v_0+\delta} (1 - e^{-2kl}) dv}{2\delta} \\ &= \frac{1}{2\delta} \cdot \int_{-\delta}^{+\delta} \left[1 - e^{-\frac{\sigma}{4\mu^2 + \nu^2}} \right] d\mu \end{aligned} \right.$$

wird, falls $v_0 - v = \mu$, und auf Grund der Voraussetzung $\delta \ll 2v_0$ im Integrationsintervall ($|\mu| \leq \delta$) $v_0 + v = 2v_0$ gesetzt wird.

Das auf der rechten Seite von Gleichung (5) stehende Integral R' zerlegen wir zur Berechnung in drei Teile:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} R' &= A \cdot 2\delta = \int_{-\delta}^{+\delta} \left[1 - e^{-\frac{\sigma}{4\mu^2 + \nu^2}} \right] d\mu \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[1 - e^{-\frac{\sigma}{4\mu^2 + \nu^2}} \right] d\mu - \int_{-\infty}^{-\delta} \left[1 - e^{-\frac{\sigma}{4\mu^2 + \nu^2}} \right] d\mu \\ &\quad - \int_{+\delta}^{+\infty} \left[1 - e^{-\frac{\sigma}{4\mu^2 + \nu^2}} \right] d\mu \equiv R - I - II. \end{aligned} \right.$$

Durch partielle Integration und mit Hilfe der Integraldarstellung der Besselschen Funktionen¹⁾

$$J_n(z) = \frac{i^{-n}}{\pi} \cdot \int_0^\pi e^{iz \cos \varphi} \cdot \cos(n\varphi) d\varphi$$

wird nach einigen Umformungen zunächst.

$$(7) \quad R = \pi r \frac{\nu'}{2} e^{-\frac{r}{2}} \cdot \left[J_0\left(\frac{ir}{2}\right) - iJ_1\left(\frac{ir}{2}\right) \right],$$

1) Vgl. z. B. E. Jahnke u. F. Emde, Funktionentafeln p. 169. Leipzig 1909.

wobei

$$(7a) \quad r = \frac{q l}{n_0 c \nu'} = \frac{\sigma}{\nu'^2}$$

gesetzt ist und J_0 bzw. J_1 die Besselschen Funktionen nullter bzw. erster Ordnung sind.

Für sehr kleine Werte von r wird

$$(8a) \quad (R)_0 = \frac{\pi r \nu'}{2} = \frac{\pi q l}{2 n_0 c}$$

und für große Werte von r (etwa von $r = 10$ an)

$$(8b) \quad (R)_\infty = \nu' \sqrt{\pi r} = \sqrt{\pi \sigma} = \sqrt{\frac{\pi q \nu' l}{n_0 c}}.$$

Die beiden anderen Integrale der Gleichung (6) sind leicht zu berechnen, falls man

$$\nu'^2 \ll 4 \mu^2$$

im betreffenden Integrationsintervall voraussetzt, also

$$(9a) \quad \delta^2 \gg \frac{\nu'^2}{4}$$

annimmt¹⁾ (vgl. unten).

Dann nämlich wird

$$(9b) \quad I = II = -\delta \left(1 - e^{-\frac{\sigma}{4\delta^2}} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\pi \sigma} \cdot \Phi \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{2\delta} \right),$$

wobei Φ , die sogenannte Fehlerfunktion, durch das Integral

$$\Phi(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^u e^{-\tau^2} d\tau$$

definiert ist.²⁾ Ist speziell

$$(10a) \quad \frac{\sigma}{4\delta^2} \ll 1,$$

so wird

$$(10b) \quad I = II = \frac{\sigma}{4\delta}.$$

1) Da ν' ein Maß für die Breite der Absorptionslinie einer unendlich dünnen absorbierenden Schicht ist (ν' ist nämlich gleich dem Halbwertsintervall der Funktion $n x$; vgl. W. Voigt, l. c. p. 114 ff.), so besagt die Bedingung $4\delta^2 \gg \nu'^2$, daß das untersuchte Spektralgebiet groß im Vergleich zur „Breite“ der Absorptionslinie der unendlich dünnen Schicht sein muß.

2) E. Jahnke u. F. Emde, l. c. p. 31.

Die Bedingung (10a) oder die mit ihr identische Ungleichung

$$4\delta^2 \gg r \cdot \nu'^2$$

ist praktisch in vielen Fällen leicht erfüllbar¹⁾; übrigens wurde $4\delta^2 \gg \nu'^2$ bereits in Gleichung (9a) vorausgesetzt und r ist nach oben hin dadurch beschränkt, daß eingangs der Maximalwert von πx als klein im Vergleich zu 1 angenommen wurde („mäßig starke Absorption“); denn es ist dadurch in erster Näherung

$$(11) \quad \frac{q}{2n_0\nu_0\nu'} = \frac{rc}{2l\nu_0} = \frac{r\lambda_0}{4\pi l} \ll 1$$

vorausgesetzt, also

$$r \ll \frac{4\pi l}{\lambda_0},$$

d. h. z. B. für rotes Licht ($\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-5}$ cm) und $l = 1$ cm

$$r \ll 2 \cdot 10^5.$$

Auf Grund ähnlicher Überlegungen sieht man, daß die Integrale I und II nur als Korrektur für eine zweite Annäherung anzusehen sind; in erster Annäherung — d. h. für nicht zu große Werte von σ — wird $R' = A \cdot 2\delta = R$ gesetzt werden können.

Faßt man die letzten Schlüsse zusammen, so kann man sagen: Für sehr kleine Werte von r ($r \ll 1$) wird²⁾

$$R' = A \cdot 2\delta = \frac{\pi r \nu'}{2} = \frac{\pi q l}{2n_0 c},$$

für mittlere Werte von r (r von der Größenordnung 1)

$$R' = \pi r \frac{\nu'}{2} e^{-\frac{r}{2}} \left[J_0\left(\frac{ir}{2}\right) - iJ_1\left(\frac{ir}{2}\right) \right],$$

1) Nach oben hin ist δ nur durch die Ungleichung $\delta \ll 2\nu_0$ beschränkt, d. h. für Licht der Wellenlänge $600 \mu\mu$ muß δ , in Wellenlängen umgerechnet, klein sein im Vergleich zu einem Bezirk von etwa $1000 \mu\mu$.

2) Die nächste Annäherung wäre $R' = \frac{\pi r \nu'}{2} \left(1 - \frac{r}{4}\right)$.

und für große Werte von r , jedoch noch beschränkt durch die Bedingung

$$\frac{\nu'^2 \cdot r}{4 \delta^2} \ll 1,$$

$$(12) \quad \begin{cases} R' = \sqrt{\pi \sigma} - \frac{\sigma}{2 \delta} \\ = \nu' \sqrt{\pi r} - \frac{r \nu'^2}{2 \delta}, \end{cases}$$

oder, wenn man das Korrektionsglied vernachlässigt,

$$(12a) \quad R' = \sqrt{\frac{\pi \varrho \nu' l}{n_0 c}}.$$

Man kann also sagen: Die Gesamtabsorption A ist bei kleinem r , d. h. im wesentlichen bei geringer Dichte der absorbierenden Zentren, der im absorbierenden Körper vorhandenen Gesamtzahl dieser Zentren proportional, aber von der Dämpfungskonstante ν' unabhängig. Bei großer Dichte der absorbierenden Zentren aber ist diese Absorption der Wurzel aus der Anzahl der Zentren und der Wurzel aus der Dämpfungskonstante ν' proportional.

§ 4. Zur Berechnung der zweiten Art von Absorption, der Linienabsorption A_L , ist eine Voraussetzung über die Intensitätsverteilung der als Lichtquelle dienenden Spektrallinie nötig, d. h. über die Frequenzabhängigkeit der Funktion $\mathfrak{E}_a(\nu)$. Da nach der Definition der Linienabsorption (§ 3) die Lichtquelle mit dem absorbierenden Körper identisch sein soll, kommt ihr als Absorptionsvermögen dieselbe Funktion $\mathfrak{A}(\nu)$ wie dem untersuchten absorbierenden Körper zu; der Einfachheit halber wollen wir daher über die Funktion $\mathfrak{E}_a(\nu)$ die Annahme machen, daß sie dieselbe ist wie diejenige der Absorption $\mathfrak{A}(\nu)$ des untersuchten Körpers; aus der Gleichung (3) aber folgt:

$$(13) \quad \mathfrak{A}(\nu) = 1 - \frac{\mathfrak{E}_a \cdot d\nu}{\mathfrak{E}_a \cdot d\nu} = 1 - e^{-2kl},$$

wobei k durch die Gleichungen (4) definiert ist. Somit sagt unsere Annahme über \mathfrak{E}_a aus, daß

$$(14) \quad \mathfrak{E}_a(\nu) = c \cdot \left[1 - e^{-\frac{\sigma \nu^2}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu^2 \nu'^2}} \right]$$

durch

sein soll, falls ϵ einen von ν unabhängigen Wert hat; für das Folgende genügt es, ϵ als konstant im Bereiche $\nu_0 - \delta$ bis $\nu_0 + \delta$ anzusehen. Es ist klar, daß die Bedingung (14) ohne weiteres erfüllt ist, wenn die Strahlung unserer Lichtquelle als „Temperaturstrahlung“ im üblichen Sinne des Wortes anzusehen ist; ϵ wäre dann das Emissionsvermögen¹⁾ des schwarzen Körpers, der die gleiche Temperatur besäße wie unsere Lichtquelle.

Wenn wir ebenso wie oben an Stelle von ν die Variable $\mu = \nu_0 - \nu$ einführen und die einfachere Schreibweise $2kl$ an Stelle von $\sigma/4\mu^2 + \nu^2$ beibehalten, so wird unter den gleichen Voraussetzungen wie oben

$$(15a) \quad \left\{ \begin{aligned} A_L^2) &= 1 - \frac{\int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2kl}) \cdot e^{-2kl} d\mu}{\int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2kl}) d\mu} \\ &= \frac{\int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2kl})^2 d\mu}{\int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2kl}) d\mu} \end{aligned} \right.$$

1) Die geringe Änderung desselben in dem schmalen Gebiet $\nu_0 \pm \delta$ wäre in der folgenden Berechnung leicht zu berücksichtigen.

2) Der entstehende Wert der „Durchlässigkeit“ würde sein:

$$D_L = \frac{\int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2kl}) \cdot e^{-2kl} d\mu}{\int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2kl}) d\mu},$$

wobei das hierin neu auftretende Integral

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - e^{-2kl}) \cdot e^{-2kl} d\mu$$

den Wert hat

$$P = \pi r \frac{\nu'}{2} \left\{ 2e^{-r} \left[J_0(ir) - iJ_1(ir) \right] - e^{-\frac{r}{2}} \left[J_0\left(\frac{ir}{2}\right) - iJ_1\left(\frac{ir}{2}\right) \right] \right\}$$

und für große Werte von r : $(P)_\infty = \sqrt{\pi\sigma}(\sqrt{2} - 1)$ ist.

Außer dem bereits bekannten Integral R' tritt hier noch das Integral

$$Q' = \int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2k\mu})^2 d\mu$$

auf, daß wir analog R' in die Summe

$$Q' = Q - \text{III} - \text{IV}$$

zerlegen und berechnen können.

Man erhält dann unter derselben Voraussetzung $4\delta^2 \gg r^2$ wie oben:

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} Q = \pi r \nu' \left\{ e^{-\frac{r}{2}} \left[J_0\left(\frac{ir}{2}\right) - i J_1\left(\frac{ir}{2}\right) \right] \right. \\ \left. - e^{-r} \left[J_0(ir) - i J_1(ir) \right] \right\} \end{aligned} \right.$$

für große Werte von r (etwa von $r = 10$ ab)

$$(16a) \quad (Q)_{\infty} = \sqrt{2\pi\sigma}(\sqrt{2} - 1)$$

und

$$(17a) \quad \left\{ \begin{aligned} \text{III} = \text{IV} = -\delta \left[1 - e^{-\frac{\sigma}{4\delta^2}} \right]^2 + \sqrt{\pi\sigma} \cdot \Phi\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{2\delta}\right) \\ - \sqrt{\frac{\pi\sigma}{2}} \cdot \Phi\left(\frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{\sigma}{2}}\right). \end{aligned} \right.$$

Wenn speziell wieder

$$(17b) \quad \frac{\sigma}{4\delta^2} \ll 1,$$

so wird

$$(17c) \quad \text{III} = \text{IV} = \frac{\sigma^2}{48\delta^3}.$$

Daher ergibt sich in erster Annäherung

$$(15b) \quad A_L \equiv \frac{Q'}{R'} = \frac{Q}{R} = 2 - 2e^{-\frac{r}{2}} \cdot \frac{J_0(ir) - i J_1(ir)}{J_0\left(\frac{ir}{2}\right) - i J_1\left(\frac{ir}{2}\right)}$$

ein Ausdruck, der mit Hilfe der von Jahnke-Emde veröffentlichten Tabellen der Exponential- und der Besselschen Funktionen für beliebige Werte von r leicht berechnet werden kann.

hier noch In zweiter Annäherung, bei Berücksichtigung von Gliedern der Ordnung $\sigma/4\delta^2$ wird

$$(15c) \quad A_L = \frac{Q}{R - \frac{\sigma}{2\delta}} = \frac{Q}{R} \left(1 + \frac{1}{R} \frac{\sigma}{2\delta} \right),$$

so daß sich A_L mit wachsendem r dem Ausdruck

$$(15c) \quad (2 - \sqrt{2}) \left\{ 1 + \frac{1}{2\delta} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \right\}$$

asymptotisch nähert. Da aber auch jetzt noch $\sigma/4\delta^2 \ll 1$ sein soll, so ist mit großer Annäherung als Grenzwert von A_L bei wachsendem r der Ausdruck

$$(15d) \quad (A_L)_\infty = \frac{(Q)_\infty}{(R)_\infty} = 2 - \sqrt{2} = 0,58575 \dots$$

anzusehen.¹⁾ Dies bemerkenswerte Resultat sagt also aus, daß sich bei geeigneten Versuchsbedingungen (geeigneter Wahl von δ) der Wert der Linienabsorption mit wachsendem

$$r = \frac{ql}{n_0 c \nu'} \quad (\text{aber } r \ll \frac{4\delta^2}{\nu'^2})$$

bei allen Körpern, die unseren Bedingungen genügen, dem universalen Grenzwert von etwa 58,6 Proz. — und nicht etwa dem Werte 100 Proz. — nähern muß. Andererseits ist für sehr kleine Werte von r ($r \ll 1$) $A_L = 0$ und für etwas größere r

$$A_L = \frac{r}{2} = \frac{ql}{2n_0 \cdot c \nu'}.$$

Wir können unser Resultat auch folgendermaßen formulieren. Setzt man zwei in jeder Beziehung gleiche leuchtende Schichten desselben Körpers, dessen Spektrum aus isolierten Spektrallinien besteht, — also vor allem eines leuchtenden Gases — hintereinander und bezeichnet mit i die bolometrisch oder photometrisch gemessene Intensität einer Spektrallinie (die Integralintensität der spektral „nicht aufgelösten“ Linie) einer der beiden Schichten, mit i' die ebenso gemessene Intensität, die von beiden Schichten zusammen ausgesandt wird, so ist

$$(18a) \quad i' = \frac{i}{i} = \frac{i + i(1 - A_L)}{i} = 2 - A_L$$

1) Vgl. die kürzere Ableitung desselben Resultates in §5, p.196. Anm. 1.

und unter den obengenannten Voraussetzungen, besonders der Gültigkeit der Gleichungen (2) und (14) nähert sich \mathfrak{f} in erster Annäherung mit wachsendem r dem Ausdruck ¹⁾

$$(18b) \quad (\mathfrak{f})_{\infty} = \sqrt{2} = 1,41425.$$

§ 5. Genau dasselbe Resultat bezüglich des Grenzwertes von \mathfrak{f} ergibt sich, wie eine kleine Rechnung zeigt, wenn innerhalb des untersuchten Frequenzintervalls 2δ nicht eine Linie, sondern zwei oder mehr Linien liegen, unter der Voraussetzung, daß für jede einzelne Linie dieselben Bedingungen gelten wie bisher für eine Linie, und falls die Linien so weit auseinanderliegen, daß die Absorptionskurven sich gegenseitig nicht merklich beeinflussen. Dies ist für die tatsächlichen Messungen wichtig, da es häufig nicht ohne weiteres möglich sein wird, bei derartigen Messungen eine Linie von Nachbarlinien zu trennen.

Wichtig ist es ferner zu untersuchen, wie genau die beiden Schichten des Körpers — die emittierende und die absorbierende — übereinstimmen müssen, damit

$$A_L = \frac{Q'}{R'}$$

ist. Angenommen der Wert von ν' sei in beiden Schichten identisch, dagegen die Größen ϱ und l , also die an der Emission und Absorption der beiden Schichten beteiligte Elektronenzahl nicht gleich; ferner werde die emittierende Schicht durch den Index 1, die absorbierende durch den Index 2 charakterisiert, und es sei

$$i = 1, 2 \cdot \begin{cases} 2 k_i l_i = \frac{\sigma_i}{4 \mu^2 + \nu'^2} = \frac{r_i \nu'^2}{4 \mu^2 + \nu'^2} = \frac{\varrho_i l_i \nu'}{n_0 c} \cdot \frac{1}{4 \mu^2 + \nu'^2} \\ R'_i = \int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2 k_i l_i}) d\mu \\ S' = \int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2 k_1 l_1}) \cdot e^{-2 k_2 l_2} d\mu \end{cases}$$

1) Bei großem r ist in zweiter Annäherung

$$(\mathfrak{f})_{\infty} = \sqrt{2} - \frac{0,293}{\delta} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}}.$$

$$T' = \int_{-\delta}^{+\delta} (1 - e^{-2k_1 l_1})(1 - e^{-2k_2 l_2}) d\mu = R_1' - S'$$

so ist

$$(19a) \quad A_L = \frac{T'}{R_1'}.$$

Beschränken wir uns auf die erste Annäherung und auf große Werte von r_1 und r_2 , so ergibt sich

$$(T)_{\infty} = \sqrt{\pi} \{ \sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} - \sqrt{\sigma_1 + \sigma_2} \}$$

und

$$(19b) \quad (A_L)_{\infty} = 1 + \sqrt{\frac{\varrho_2 l_2}{\varrho_1 l_1}} - \sqrt{1 + \frac{\varrho_2 l_2}{\varrho_1 l_1}}$$

bzw.

$$(19c) \quad (f)_{\infty} = 1 + \sqrt{1 + \frac{\varrho_2 l_2}{\varrho_1 l_1}} - \sqrt{\frac{\varrho_2 l_2}{\varrho_1 l_1}}.$$

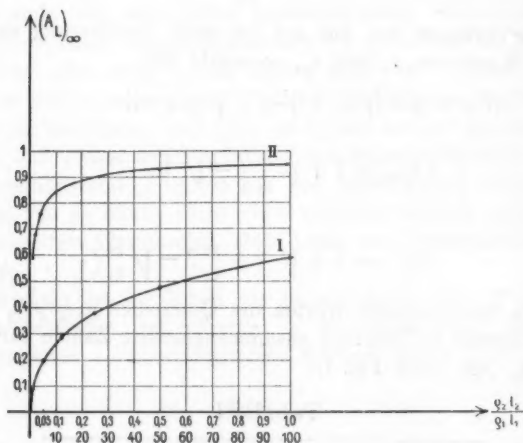
Zu verschiedenen Werten des Quotienten $\varrho_2 l_2 / \varrho_1 l_1$ findet man folgende in Tabelle I zusammengestellte Zahlen für $(A_L)_{\infty}$ und $(f)_{\infty}$ (vgl. auch Fig. 1):

Tabelle I.

$\frac{\varrho_2 l_2}{\varrho_1 l_1}$	$(A_L)_{\infty}$	$(f)_{\infty}$
0,01	0,095	1,905
0,05	0,202	1,798
0,125	0,293	1,707
0,25	0,382	1,618
0,5	0,482	1,518
1,0	0,586	1,414
2,0	0,679	1,321
4,0	0,760	1,240
8,0	0,830	1,170
15	0,873	1,127
99	0,950	1,050

Mithin weicht $(f)_{\infty}$ nur um 6—7 Proz. vom Werte $\sqrt{2}$ ab, wenn die absorbierende Schicht doppelt bzw. halb so lang oder so dicht ist, wie die emittierende Schicht, und erst wenn das Verhältnis $\varrho_2 l_2 / \varrho_1 l_1$ gleich 99 ist, beträgt die Linien-

absorption 95 Proz. Diese Vergrößerung der Linienabsorption mit wachsender Dicke oder Dichte der Schicht wird ohne weiteres verständlich, wenn man die gleichzeitig eintretende Verbreiterung der Absorptionslinie berücksichtigt, wie sie kürzlich von dem einen von uns ¹⁾ in verschiedenen Fällen der



I entspricht $\frac{q_2 l_2}{q_1 l_1} = 0$ bis 1,

II „ $\frac{q_2 l_2}{q_1 l_1} = 1$ „ 100,

Fig. 1.

Näheren erörtert worden ist. Dadurch erklärt es sich auch, daß das Biot-Lambertsche Absorptionsgesetz (Gleichung 3), angewandt auf die Linie als Ganzes, streng nicht gelten kann;²⁾ denn es muß sich die Absorption als nicht unabhängig von der einfallenden Intensität ergeben, falls man diese z. B. durch veränderte Schichtdicke variiert, — wie in der Tat Versuche an leuchtendem Wasserstoff zeigen.

1) R. Ladenburg, Ann. d. Phys. 38. p. 249. 1912.

2) Vgl. R. Ladenburg, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 9. p. 550. 1908.

sorption
 d ohne
 retende
 ie kürz-
 len des

Zugleich sei noch auf eine interessante Konsequenz hin-
 gewiesen, die sich ergibt, wenn man als emittierende Schicht
 eine *sehr dünne* Schicht wählt, für die also r einen sehr kleinen
 Wert besitzt und die deshalb durch den Index 0 charakte-
 risiert sei. Es ist nämlich

$$\mathfrak{A}_0(\mu) = 2kl = \frac{\sigma}{4\mu^2 + \nu'^2}$$

und wenn wieder

$$\mathfrak{E}_0(\mu) = c \cdot \mathfrak{A}_0(\mu)$$

gesetzt wird, ergibt sich in erster Annäherung

$$(20a) \quad \bar{\mathfrak{A}}_L = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{E}_0(\mu) (1 - e^{-2kl}) d\mu}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{E}_0(\mu) d\mu} = 1 - e^{-\frac{r}{2}} \cdot J_0\left(\frac{ir}{2}\right)$$

wobei sich r auf die absorbierende Schicht bezieht.¹⁾

Wenn r wieder groß ist, wird

$$(20b) \quad (\bar{\mathfrak{A}}_L)_\infty = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi r}} = 1 - \sqrt{\frac{c n_0 \nu'}{\pi \varrho l}},$$

so daß die Messung von $(\bar{\mathfrak{A}}_L)$ eine Möglichkeit gibt, bei be-
 kanntem ϱ und l die Konstante ν' zu messen.

Schließlich folgt aus Gleichung (14) in Verbindung mit
 den Gleichungen (5) bis (9b) eine einfache Beziehung für die
 gesamte innerhalb einer Spektrallinie enthaltene Energie:

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} E &= \int_{-\delta}^{+\delta} \mathfrak{E}(\mu) d\mu = c \cdot R' \\ &= c \left\{ \pi r \frac{\nu'}{2} e^{-\frac{r}{2}} \left[J_0\left(\frac{ir}{2}\right) - i J_1\left(\frac{ir}{2}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\pi \sigma} \cdot \Phi\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{2\delta}\right) + 2\delta \left(1 - e^{-\frac{\sigma}{4\delta^2}}\right) \right\}, \end{aligned} \right.$$

falls $2\nu_0 \gg \delta \gg \frac{\nu'}{2}$ ist.

1) Diese Absorption $\bar{\mathfrak{A}}_L$ ist offenbar nicht mehr als „Linienabsorp-
 tion“ in dem oben definierten Sinne anzusehen.

Die so definierte Helligkeit¹⁾ einer Spektrallinie hängt also in gleicher Weise von ρ und ν' ab, wie die oben definierte Gesamtabsorption A .

Experimente.

§ 6. Eine Reihe der im vorangehenden theoretischen Teil gezogenen Folgerungen ist experimentell leicht zu prüfen. In der Tat hat bereits vor mehr als dreißig Jahren Gouy²⁾ eine höchst interessante Untersuchung ausgeführt, betitelt: „Recherches photométriques sur les flammes colorées“, in der er die oben berechnete Helligkeitsvermehrung mißt, die man beobachtet, wenn man die Dicke einer mit Metallsalzen gefärbten möglichst homogenen Flamme verdoppelt. Die sehr exakten spektralphotometrischen Versuche von Gouy liefern direkt die oben mit $f = 2 - A_L$ bezeichnete Größe, indem Gouy sowohl zwei möglichst gleiche, gefärbte Flammen hintereinander setzte, als auch mittels eines Spiegels die Dicke einer Flamme verdoppelte. Betreffs der höchst einfachen und übersichtlichen Versuchsanordnungen und aller weiteren Einzelheiten verweisen wir auf die ausführliche Originalarbeit und begnügen uns hier mit Angabe der wichtigsten Ergebnisse, die zum Teil übrigens auch in Kayzers Handbuch der Spektroskopie (vgl. Bd. II p. 56 und 299) aufgenommen sind.³⁾

Besonders eingehend hat Gouy Natriumflammen untersucht und bei Benutzung verschiedener Salze (des Chlorids, Nitrats, Hyposulfits u. a.) das übereinstimmende Resultat erhalten, daß

1) Aus dieser Definition ergibt sich offenbar ohne weiteres der oben berechnete Quotient

$$f = 2 - A_L = \frac{i(2l)}{i(l)},$$

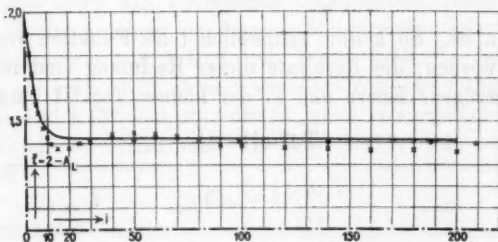
z. B. in erster Annäherung

$$(t)_{\infty} = \frac{\sqrt{2\pi\sigma}}{\sqrt{\pi\sigma}} = \sqrt{2}.$$

2) G. L. Gouy, Ann. d. chim. et phys. (5) 18. p. 5—101. 1879; vgl. auch C. R. 83. p. 269. 1876; 85. p. 70. 1877; 86. p. 878 u. 1078. 1878; 88. p. 418. 1879; Journal d. phys. 9. p. 19. 1880.

3) Die Gouyschen Resultate bezüglich der Grenzwerte von f für große Natriumdampfdichte wurden durch Versuche des einen von uns durchaus bestätigt.

mit wachsender Natriumdampfdichte und entsprechender Zunahme der Helligkeit die Größe f nicht dem Werte 1 zustrebt — entsprechend $A_L = 1$ — sondern bereits bei mäßiger Dampfdichte einen Grenzwert von etwa 1,4 erreicht, um den es bei weiterer Steigerung der Dichte „oszilliert ohne sich weit von ihm zu entfernen“. In einer Anmerkung (Ann. d. chim. l. c. p. 65) vermutet Gouy bereits, daß dieser Grenzwert von f mit $\sqrt{2}$ identisch sei. Die in Fig. 2 eingezeichneten Kreuze stellen die von Gouy gefundenen Werte von f vor, in ihrer Abhängigkeit von



Abnahme der Durchlässigkeit ($f - 1$) einer Natriumflamme für ihr eigenes Licht mit wachsender Helligkeit i .

× × Beobachtet von Gouy (im Jahre 1879),

— Berechnet nach der Gleichung $f = 2 - \frac{Q}{R}$ (erste Annäherung),

○ ○ Berechnet in zweiter Annäherung.

Fig. 2.

der Flammenhelligkeit i , deren Einheit einer willkürlichen sehr kleinen Dichte entspricht. Die ausgezogene Kurve stellt die von unserer Theorie geforderte Abhängigkeit $f(i)$ vor und wurde auf folgende Weise gefunden: Mittels der Gleichungen (15b) und (21) wurden die Größen $f = 2 - A_L$ und

$$\frac{E}{e r'} = \frac{\pi r}{2} e^{-\frac{r}{2}} \left[J_0\left(\frac{i r}{2}\right) - i J_1\left(\frac{i r}{2}\right) \right]$$

(erste Näherung) als Funktionen von r berechnet. Letztere ist nach unserer Definition der Flammenhelligkeit i proportional, falls man die Annahmen macht, daß sowohl die Dämpfung r' als auch die Größe e unserer Gleichungen (14) und (21) sich mit wachsender Dampfdichte nicht ändern. Die zweite Annahme konnte vor kurzem durch exakte, noch nicht

veröffentlichte Messungen der „Temperatur“ der Natriumlinien bei stark variiert Dampfdichte (Variation der Helligkeit im Verhältnis 1:80) von Frh. H. Kohn¹⁾ bestätigt werden. Für die Unabhängigkeit der Dämpfung von der Dampfdichte wird weiter unten (p. 201) eine Begründung angeführt werden.

Zum Vergleich der theoretischen Resultate mit den Gouyschen Versuchen ist der Proportionalitätsfaktor zwischen i und $E/e\nu'$ geeignet zu wählen. Es zeigte sich, daß

$$\frac{E}{e\nu'} = 0,385 \cdot i$$

zu setzen ist. So konnte schließlich i als Funktion von ν' berechnet werden; die Resultate dieser Rechnung sind in Fig. 2 als ausgezogene Kurve und in der kleinen Tab. II dargestellt.

Tabelle II.

i_{Gouy}	$\frac{E}{e\nu'}$	i_{Gouy}	$i_{\text{berechnet}}$
1	0,385	1,90	1,91
3,44	1,325	1,68	1,69
5,78	2,23	1,56	1,55
8,82	3,40	1,46	1,48
10	3,85	1,43	1,46
12	4,82	1,395	1,45
30	11,84	1,41	1,42

Die Übereinstimmung ist anfangs vorzüglich und die für größere i gefundenen Werte liegen ebenfalls in großer Nähe der theoretischen Kurve. Für die von Gouy gefundenen kleinen Maxima und Minima liefert die Theorie keine Erklärung, vielleicht können weitere Versuche Aufklärung bringen. Die bei sehr hohen Dampfdichten beobachteten Werte 1,37; 1,36; ... liegen deutlich tiefer als die theoretische Kurve. Hier ist wohl schon die zweite Annäherung in Betracht zu ziehen (Gl. 15c). Nimmt man den dem Bereich δ entsprechenden Wellenlängenbezirk zu 20 Å.-E. an und setzt etwa $\nu' = 3 \cdot 10^{10}$ (vgl. weiter unten p. 203, 204), so ergeben sich die als Kreise (○) in die

1) Gelegentlich einer auf Veranlassung der Herren Prof. Lummer und Pringsheim im Physik. Institut der Universität Breslau ausgeführten Doktorarbeit.

Fig. 2 eingetragenen Punkte, die in der Tat noch etwas näher an den beobachteten Werten liegen.¹⁾

Während die bisher verwandten Versuche mit dem Lichte beider Natriumlinien angestellt wurden (vgl. § 5 Anf.), lieferten Versuche Gouys mit den getrennten Linien D_1 und D_2 ganz ähnliche Resultate; die für größere Dampfdichten gefundenen Mittelwerte von τ waren 1,39 (D_1) bzw. 1,38 (D_2). Die Resultate der mit diesen und anderen Metallsalzen gefärbten Flammen enthält Tabelle III. Sie zeigt, wie bei allen Salzen die Werte von τ mit wachsender Dampfdichte abnehmen und in ein Gebiet kommen, in dem sie einigermaßen konstant sind. Die Grenzwerte von τ sind teils etwas größer²⁾, teils etwas kleiner als 1,41. Nimmt man aus allen von Gouy angegebenen Werten von τ (52 Zahlen), die in jenen Grenzgebieten liegen, das Mittel, so erhält man die Zahl 1,410, während unsere Theorie

$$(\tau)_{\infty} = 1,414$$

geliefert hatte.

Gouy selbst schließt aus diesen Versuchen: „Ces résultats établissent entre les diverses raies métalliques une parenté remarquable; les plus grandes différences qui existent entre elles sont relatives à l'étendue de la fonction τ que peuvent donner les flammes employées.“

Die Versuche Gouys erlauben ferner eine Prüfung unserer theoretisch abgeleiteten Beziehung (21) zwischen Linienhelligkeit E und Dampfdichte, obwohl letztere direkt von Gouy nicht gemessen wurde; Gouy stellte nämlich folgende Überlegungen an: Wenn die optischen Eigenschaften, speziell das Emissions- und Absorptionsvermögen einer gefärbten homogenen Flamme nur von dem Produkte Dicke mal Dichte ab-

1) Die Versuche von H. Zahn (Photometrie gefärbter Flammen, Diss. p. 22 ff. München 1901), die ebenfalls die „Absorption von Natriumflammen für ihre eigenen Strahlen“ betreffen, sind theoretisch leider nicht zu verwerten, da die zwei benutzten Natriumflammen verschieden hell waren (vgl. p. 24 ff.). Neuere Versuche desselben Herrn haben — nach freundlicher schriftlicher Mitteilung — für den Grenzwert von τ an Natriumflammen angenähert $\sqrt{2}$ ergeben.

2) Nur der Kaliumdampf scheint eine Ausnahme zu bilden, da die für die roten Kaliumlinien gefundenen Grenzwerte von τ beträchtlich größer als 1,41 sind; hierfür können wir vorläufig keine Erklärung geben.

Tabelle III

Na 589,6		Na 589,0		Ru 420,2		K 769,9/6,5		Li 670,8		Sr blau		Ca violett	
<i>i</i>	<i>k</i>	<i>i</i>	<i>k</i>	<i>i</i>	<i>k</i>	<i>i</i>	<i>k</i>	<i>i</i>	<i>k</i>	<i>i</i>	<i>k</i>	<i>i</i>	<i>k</i>
0,20	2,04	0,38	1,88	1,25	1,79	—	—	2	1,96	1,1	1,85	0,95	1,72
0,57	1,86	1,1	1,82	1,40	1,73	—	—	7,5	1,81	2,4	1,71	1,7	1,54
1,44	1,66	2,6	1,58	2,20	1,64	16	1,63	15	1,68	4,3	1,55	2,5	1,47
3,40	1,52	3,2	1,53	3,30	1,50	17	1,64	25	1,51	6,0	1,44	3,1	1,43
4,86	1,41	5,2	1,43	4,0	1,47	26	1,58	34	1,47	8,0	1,39	3,5	1,41
5,60	1,41	6,4	1,34	6,3	1,41	38	1,50	57	1,33	12,0	1,34	4,7	1,35
7,9	1,41	7,6	1,39	6,7	1,43	41	1,47	88	1,32	—	—	—	—
10,9	1,42	10,0	1,44	7,0	1,45	50	1,46	107	1,36	—	—	—	—
14,8	1,36	14,8	1,41	—	—	70	1,49	115	1,37	—	—	—	—
17,6	1,35	19,4	1,34	—	—	85	1,48	130	1,38	—	—	—	—
19,2	1,41	22,0	1,38	—	—	131	1,48	155	1,39	—	—	—	—
25,5	1,30	24,9	1,32	—	—	177	1,49	—	—	—	—	—	—
34,8	1,42	—	—	—	—	220	1,52	—	—	—	—	—	—

hängen, so muß die gleiche Helligkeitsvermehrung, die bei den Versuchen tatsächlich durch Verdoppelung der Schichtdicke l erzielt wurde, auch durch verdoppelte Dampfdichte q erreicht werden können. Unter obiger Voraussetzung muß also, da

$$f = \frac{i'}{i} = \frac{i(2l)}{i(l)}$$

ist, f auch die Gleichung $f = i(2q)/i(q)$ erfüllen.

Setzt man nun für einen bestimmten Wert i_0 von i $q = q_0$, so daß $i(q_0) = i_0$, und bezeichnet den dieser Helligkeit entsprechenden, experimentell bestimmten Wert von f (vgl. Fig. 2) $f = f(i_0)$ mit f_0 , so folgt

$$i(2q_0) = i(q_0) \cdot f_{i=i_0} = i_0 \cdot f_0,$$

also berechenbar; analog ergibt sich

$$\begin{aligned} i(4q_0) &= i(2q_0) \cdot f_{i=i(2q_0)} \\ &= i_0 f_0 \cdot f_{i=i_0 \cdot f_0} = i_0 \cdot f_0 \cdot f_1, \end{aligned}$$

wo f_1 der der Fig. 2 entnommene Wert von f für $i = i_0 f_0$ ist. In dieser Weise fortfahrend, bestimmt man nach Gouy

die einzelnen Punkte der Kurve $i = F(q)$ aus der Kurve $t = f(i)$.

Gouy hat jene Voraussetzung über die Abhängigkeit der optischen Eigenschaften der Flamme — die man auch als Gültigkeit des Beerschen Gesetzes bezeichnen könnte — durch verschiedene Reihen von Versuchen, besonders am Natriumdampfe, geprüft und innerhalb seiner Versuchsfehler richtig gefunden. In der Sprache der Elektronentheorie würde dies bedeuten, daß mit wachsender Dichte des Dampfes in der Flamme die Dämpfungskonstante ν' ungeändert bleibt, da die uns hier interessierenden optischen Eigenschaften außer von ρ , l , e/m und v_0 nur noch von ν' abhängen.

Diese Konsequenz scheint auf den ersten Blick der bekannten Tatsache der Linienverbreiterung bei Vergrößerung der Dampfdichte zu widersprechen; wie jedoch gerade kürzlich von Ladenburg¹⁾ gezeigt wurde, kann wenigstens bei Natriumdämpfen in der Flamme eine derartige Linienverbreiterung als direkte Folge der Vermehrung der Zahl der wirksamen Zentren angesehen werden, ohne daß eine gleichzeitige Zunahme der Dämpfung ν' angenommen zu werden braucht.²⁾

Die Gouysche Kurve $i = F(q)$ können wir mit unseren theoretischen Ergebnissen vergleichen, wenn wir wieder (vgl. oben) $E/\epsilon \nu' = 0,385 \cdot i$ setzen und q als proportional zu r ansehen. In der Tat ist $r = \rho l / n_0 \epsilon \nu'$ bei konstanter Dämpfung ν' ein Maß der Dampfdichte ρ . Durch Festlegung des Proportionalitätsfaktors zwischen i und $E/\epsilon \nu'$ ist bereits derjenige zwischen q und r bestimmt, falls wir nur einen Punkt der theoretischen Kurve mit dem entsprechenden der experimentellen zur Deckung bringen; wir setzen im folgenden

$$r = 0,238 \cdot q.$$

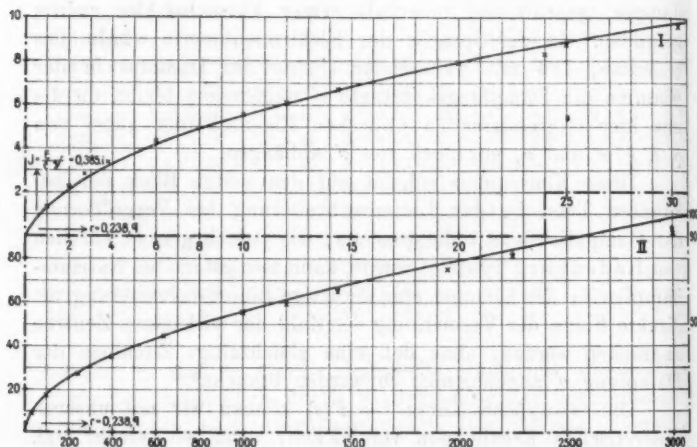
Fig. 3 enthält entsprechend diesen Überlegungen die theoretische Kurve

$$\frac{E}{\epsilon \nu'} = \frac{R}{\nu'} = \pi \frac{r}{2} e^{-\frac{r}{2}} \left[J_0 \left(\frac{ir}{2} \right) - i J_1 \left(\frac{ir}{2} \right) \right] = \varphi(r)$$

1) R. Ladenburg, Ann. d. Phys. 38. p. 249. 1912.

2) Eine der Grundlagen der dortigen Betrachtungen ist die in der hier zitierten Arbeit von Gouy beobachtete Verbreiterung der Natriumlinien bei Vergrößerung der Flammendicke (l. c. p. 77).

und auf dieselben Koordinaten bezogen, die Gouyschen Beobachtungen (als Kreuze $\times \times$ eingetragen), indem die von Gouy (l. c. p. 65 und 74) angegebenen Werte von i mit 0,385 und die Werte von q mit 0,238 multipliziert, benutzt wurden. Dieselben Werte sind in Tab. IV zusammengestellt.¹⁾ Der Teil II



Zunahme der Helligkeit J einer Natriumflamme mit der Dampfdichte ρ .

$\times \times$ Beobachtet von Gouy (1879),

— Berechnet nach Gleichung (21a), erste Annäherung,

$\odot \odot$ „ in zweiter Annäherung.

Fig. 3.

der Fig. 3 bildet die Fortsetzung von Teil I, wobei als Abszisseneinheit das Hundertfache der Abszisseneinheit des Teiles I, als Ordinateneinheit das Zehnfache, benutzt ist.

1) Für große Werte von r (> 10) wurde hierbei die asymptotische Formel

$$\frac{E}{c\nu'} = \sqrt{\pi r}$$

benutzt. Die Gouyschen Werte von l. c. p. 65 und 74 unterscheiden sich ein wenig voneinander (vgl. l. c. p. 73, Anm. 2).

Tabelle IV.

q	$r = 0,238 \cdot q$	i	$i \cdot 0,385$	$E/e \nu'$
1,0	0,238	1	0,385	0,353
4,2	1	3,51	1,35	1,23
8,4	2	5,94	2,29	2,12
16,8	4	9,02	3,48	3,29
25,2	6	11,86	4,87	4,15
42	10	14,6	5,60	5,46
63	15	17,95	6,90	6,85
84	20	20,6	7,90	7,92
105	25	23	8,86	8,80
128	30,5	24,7	9,52	9,65
420	100	45,5	17,5	17,5
840	200	64,0	24,63	25,0
1050	250	72,4	27,85	28,0
1510	360	87,7	33,75	33,63
2055	490	102	39,3	39,25
2685	640	117	45,0	44,84
4200	1000	146	56,1	56,0
6050	1440	168,5	64,9	67,2
9450	2250	210,5	81,3	84,1
13110	3130	244,2	94,1	99,3
16384	3900	264,6	100,1	106,3

Von den Abweichungen der Anfangswerte abgesehen, liegen die beobachteten Werte bis $r = 1000$ so genau auf der theoretischen Kurve, als die spektralphotometrischen Messungen erwarten lassen. Von $r = 1000$ ab zeigen die Gouyschen Werte systematische Abweichungen und zwar in demselben Sinne wie die zweite Annäherung (vgl. Gleichung (21)) erwarten läßt (da $R' < R$ ist). Die prozentische Abweichung der zweiten Annäherung von der ersten:

$$\frac{1}{2\delta} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \cdot 100$$

berechnet sich für r zwischen 1500 und 4000, wenn man ν' zu etwa $3 \cdot 10^{10}$ (vgl. die folgende Anm. 1) und den Bereich δ zu 20 Å.-E. annimmt¹⁾, zu 2—5 Proz. (Die Werte der

1) In einer kürzlich erschienenen Arbeit (Compt. rend. 154. p. 167. 1912; vgl. auch Beibl. 37. p. 255. 1913) hat Gouy seine Angaben über die Flammenhelligkeit auf absolutes Maß reduziert, nämlich auf die Licht-

zweiten Annäherung sind in der Fig. 2 durch Kreise eingetragen.)

Ferner möchten wir darauf hinweisen, daß aus Gouys Messungen des Helligkeitsverhältnisses der beiden D -Linien (D_2 und D_1) für das entsprechende Verhältnis der Zentrenzahl nach unserer Theorie $\varrho_2/\varrho_1 = 2$ bzw. $= 1,9$ und für dasselbe Verhältnis an den beiden violetten Rubidiumlinien 2,9 folgt.¹⁾ Die fast exakte Ganzzahligkeit dieser Verhältnisse hat schon Gouy hervorgehoben (l. c. p. 70). Diese Zahlen stimmen in bemerkenswerter Weise einerseits mit den von Roschdestwensky (Ann. d. Phys. 39. p. 330. 1912) am Na-Dampf im Rohr gemessenen und von Voigt (Ann. d. Phys. 41. p. 410. 1913) aus dem Zeman-effekt erschlossenen überein, andererseits mit den Messungen Bevans am Rubidiumdampf (Proc. Roy. Soc. 85. p. 54. 1911).

§ 7. So stellen die Gouyschen Messungen eine vorzügliche Bestätigung unserer theoretisch gewonnenen Beziehungen dar. Doch wäre es nicht richtig, hieraus ohne weiteres auf die Gültigkeit der zugrunde liegenden Funktion $n\kappa(\nu)$ (Gleichung 2) zu schließen; diese stellt offenbar nur eine mögliche Form dar, und es ist zunächst keineswegs unwahrscheinlich, daß auch andere Funktionen zu den nämlichen oder sehr ähnlichen Resultaten führen, da diese nur durch Integration jener Funktion $n\kappa$ gewonnen sind.

menge, die ein schwarzer Körper von derselben Temperatur wie die Flamme zwischen λ und $\lambda + 1$ (in Ångströmeinheiten) aussendet. Er findet, daß seiner Einheit $i = 1$ der absolute Wert $i_a = 0,042$ entspricht, der in unserer Bezeichnungsweise identisch mit dem Ausdruck $E/c \cdot 0,55 \cdot 10^{13}$ ist. So berechnet sich ν' zu

$$\frac{0,042 \cdot 0,55 \cdot 10^{13}}{0,385} = 6 \cdot 10^{10}.$$

Ein ähnlicher Wert ergibt sich auch aus Gouys Angaben von f bei kleinen Dampfdichten nach der Gleichung $f = 2 - A_L = 2 - \varrho l / 2 c n_0 \nu'$. Da in i die Helligkeit beider Natriumlinien enthalten ist, würde auf jede einzelne etwa die Hälfte des Wertes von ν' , d. h. etwa $3 \cdot 10^{10}$ kommen.

1) Bei kleiner Dampfdichte ist nämlich in großer Annäherung $i_2/i_1 = \varrho_2/\varrho_1$, bei großer Dichte dagegen $i_2/i_1 = \sqrt{\varrho_2/\varrho_1}$, wenigstens wenn der Wert ν' für beide Linien derselbe ist. So erklärt sich, daß für das Verhältnis der Helligkeiten der beiden Natriumlinien in der Literatur so verschiedene Werte angegeben werden.

Jedoch läßt sich mit großer Wahrscheinlichkeit sagen, daß die Rayleighsche Intensitätsverteilung

$$1 - e^{-p \cdot e^{-q\mu^2}},$$

die man bekanntlich unter Zugrundelegung des Dopplerschen Prinzips erhält¹⁾, die Erscheinungen leuchtender Metaldämpfe in Flammen nicht darstellt.²⁾ Denn der dieser Verteilung entsprechende Wert von f (als Funktion von p) ist schon für mäßige p bedeutend kleiner als der experimentell gefundene. So ergeben³⁾ sich für $p = 10, 100, 1000$ die Werte:

$$f = 1,13; \quad 1,07; \quad 1,05,$$

die mit Gouys Resultaten unvereinbar sind.

Wenn sich durch weitere Messungen an einzelnen Metalllinien für f Werte ergeben sollten, die von 1,41 mehr abweichen als die zweite Annäherung erwarten läßt, so würden unsere Betrachtungen zu dem Schluß führen, daß entweder die zugrunde gelegte Funktion $n\kappa(\nu)$ der gewöhnlichen Dispersionstheorie diese Erscheinungen nicht vollständig darzustellen vermag (in der Tat ist ja in dieser Theorie die Bewegung der absorbierenden Zentren unberücksichtigt geblieben) oder daß die vorausgesetzte Proportionalität von $\mathcal{E}(\nu)$ und $\mathcal{A}(\nu)$ nicht streng erfüllt ist. Diese Proportionalität ist seit den Untersuchungen Pringsheims aus dem Jahre 1892/93 an leuchtenden Gasen nicht ohne weiteres als gültig anzusehen; im Falle von Metaldämpfen in der Bunsenflamme allerdings ist sie nach den Versuchen von Féry, Kurlbaum-Schultze, Bauer und den erwähnten Messungen von Fr. H. Kohn erfüllt. Schließlich wäre noch der Einfluß der Inhomogenität

1) p ist dabei von derselben Größenordnung wie unser r (vgl. Gleichung (7a)), falls man für die Dämpfung bzw. die Geschwindigkeit der bewegten Zentren die bei unserer heutigen Kenntnis wahrscheinlichsten Werte benutzt.

2) Ein anderes, und wie uns scheint, gewichtiges Argument, gegen die Gültigkeit der Rayleighschen Intensitätsverteilung im Falle farbiger Flammen ist die Tatsache, daß diese Verteilung keine wesentliche Linienverbreiterung bei Vergrößerung der Schichtdicke oder der Dichte liefert, im Gegensatz zur Erfahrung (vgl. Anm. 1 u. 2, p. 201).

3) Diese mühsamen Rechnungen hat Hr. cand. phys. H. Senftleben ausgeführt, wofür wir ihm auch an dieser Stelle unseren herzlichen Dank sagen.

der Flamme auf die hier besprochenen Erscheinungen in Betracht zu ziehen.

§ 8. Andererseits liefert die genannte Funktion πx zweifellos eine erste Annäherung für den Extinktionskoeffizienten; führt sie doch in so einfacher Weise auf das Wurzelgesetz

$$\lim_{x \rightarrow \infty} E = e \sqrt{\pi \sigma},$$

ein Gesetz, das übrigens von Gouy selbst aus seinen Versuchen abgeleitet worden ist, wenigstens in der Form, daß die Linienhelligkeit proportional der Wurzel aus dem Produkt Dicke mal Dichte ist, wenn dieses nicht zu kleine Werte besitzt und die verschiedenen untersuchten Flammen gleiche Temperatur haben.¹⁾

Später ist dies Gesetz²⁾ Gegenstand einer Diskussion geworden. Arrhenius³⁾ beobachtete nämlich, daß die Helligkeit von Natriumlinien proportional der Wurzel aus der Konzentration der Salzlösungen zunahm, die zur Speisung des Luftleuchtgasgemisches der untersuchten Flammen diente, und indem er die Annahme machte, daß die Konzentration der Salzlösung derjenigen des Dampfes in der Flamme proportional sei, betrachtete er seine Versuche als Bestätigung des Gouy'schen Gesetzes. Ebert dagegen bestritt⁴⁾ die allgemeine Gültigkeit dieses Gesetzes, sogar auf Grund von Versuchen, die Gouy selbst angestellt habe⁵⁾, und Beckmann u. Waentig⁶⁾, sowie Beckmann u. Lindner⁷⁾ zeigten gelegentlich einer größeren Untersuchung an gefärbten Flammen, daß deren Helligkeit nur in einem gewissen Konzentrationsbereich der Wurzel aus der Konzentration der verwandten Salzlösung

1) G. L. Gouy, *Ann. chim. et phys.* (5) 18, Anm. 1. p. 65. a. a. O.

2) Wenn $i \sim \sqrt{q l}$, so folgt übrigens ohne weiteres

$$i = \frac{i(2l)}{i(l)} = \sqrt{2}.$$

3) Sv. Arrhenius, *Wied. Ann.* 42, p. 23. 1891; 44, p. 383. 1891.

4) H. Ebert, *Wied. Ann.* 43, p. 797. 1891.

5) G. L. Gouy, l. c. p. 92, wo ebenfalls der Zusammenhang zwischen Helligkeit und Lösungskonzentration untersucht wird.

6) E. Beckmann u. P. Waentig, *Zeitschr. f. physik. Chem.* 68, p. 434. 1911.

7) E. Beckmann u. H. Lindner, *Zeitschr. f. physik. Chem.* 82, p. 641. 1913.

proportional sei. Diese scheinbaren Widersprüche erklären sich vollständig durch den schon von Gouy (l. c. p. 93) gezogenen und von Arrhenius¹⁾ zitierten Schluß, daß die Menge des emittierenden und absorbierenden Dampfes in der Flamme nicht so rasch wächst, wie die mit der Leuchtgasmischung mitgeführte Salzmenge, während letztere — wie Messungen von Beckmann-Waentig zeigen — der Konzentration der verwandten Lösung in weiten Grenzen direkt proportional ist. Zudem führen die Untersuchungen von Hallo, Geiger und anderen zu dem Schluß, daß wahrscheinlich nur ein geringer Bruchteil der vom Gasgemisch der Flamme zugeführten Natriummenge an der Absorption der Flamme beteiligt ist.

§ 9. Das wesentlichste Resultat der vorangehenden Betrachtungen scheint uns die quantitative Formulierung der verschiedenen Arten von selektiver Absorption zu sein, speziell des Unterschiedes von „Linienabsorption“ und „Gesamtabsorption schlechthin“. Es ergibt sich aus ihnen unmittelbar, daß man bei Untersuchung des Verhältnisses von Emissions- und Absorptionsvermögen eines selektiv emittierenden Körpers in bezug auf die Gültigkeit des Gesetzes der Temperaturstrahlung nur die sogenannte „Gesamtabsorption“, die ein kontinuierliches Spektrum erleidet, mit der Integralintensität der betreffenden Spektrallinie in Zusammenhang bringen darf, und nicht etwa die Linienabsorption — wie es häufig geschehen ist. Speziell beim Natriumdampf in der Flamme würde man, nach den Beobachtungen Gouys finden, daß das Verhältnis E/A_L mit steigender Dampfdichte von 1 auf 31 wächst, während die Temperatur und das Verhältnis E/A gleichzeitig konstant bleiben. Aus der Konstanz oder Variation von E/A_L läßt sich also bezüglich der Temperaturänderung der emittierenden Flamme ohne nähere Diskussion gar nichts schließen.²⁾ Dasselbe gilt, streng genommen, jedenfalls auch von der Strahlung elektrisch erregter Dämpfe; allerdings können erst weitere

1) Sv. Arrhenius, l. c.

2) Deshalb sind die Schlüsse von J. Stscheglayew (Ann. d. Phys. 12. p. 579. 1903), der aus derartigen Versuchen auf die Ungültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes bei metaldampfhaltigen Flammen schloß, ohne jede Beweiskraft.

Untersuchungen lehren, ob bei den in Frage kommenden Dampfdichten die Unterschiede zwischen A_L und A erheblich sind und speziell ob die abgeleiteten Formeln für A_L auch in diesen Fällen Gültigkeit beanspruchen können.

Zusammenfassung.

§ 10. I. Es werden zwei verschiedene Arten selektiver Absorption definiert: Die *Gesamtabsorption schlechthin*, wenn die Lichtquelle ein schmaler Streifen aus einem kontinuierlichen Spektrum ist; die *Linienabsorption*, wenn als Lichtquelle eine Spektrallinie dient, die von einem Körper emittiert wird, der mit dem absorbierenden identisch ist. Beide Arten von Absorption können unter Voraussetzung der Gültigkeit der Drudeschen Dispersionstheorie und der aus ihr abgeleiteten Absorptionskurve berechnet werden.

II. Die *Gesamtabsorption schlechthin* ergibt sich auf diese Weise der Breite des ausgeschnittenen Spektralstreifens umgekehrt proportional; bei geringer Zahl der absorbierenden Zentren ist sie ferner dieser Zahl proportional und von der Dämpfung unabhängig; bei großer Zahl der Zentren dagegen ist sie (in erster Näherung) der Wurzel aus dieser Anzahl und der Wurzel aus der Dämpfung proportional.

Die gleiche Abhängigkeit von der Zentrendichte und der Dämpfung zeigt die *Gesamthelligkeit einer Spektrallinie*, falls Proportionalität von Emissions- und Absorptionsvermögen vorausgesetzt wird.

III. Für die *Linienabsorption* ergibt sich unter derselben Voraussetzung das bemerkenswerte Resultat, daß sie in erster Näherung bei wachsender Zahl der absorbierenden Zentren dem universalen Grenzwert $2 - \sqrt{2}$, also etwa 60 Proz. zustrebt. Infolgedessen nähert sich das Verhältnis der Helligkeit zweier hintereinandergestellter identischer Schichten eines selektiv emittierenden und absorbierenden Körpers zur Helligkeit der einfachen Schicht mit wachsender Zahl der absorbierenden Zentren dem Grenzwert $\sqrt{2}$.

IV. Die Messungen Gouys an gefärbten Flammen bestätigen die vorangehenden Resultate der Nr. III in bemerkenswerter Weise.

Die aufgestellten Integralgesetze bilden somit einen Prüfstein für die möglichen Formen der Absorptionskurve und der Emissionskurve. Die Rayleighsche Intensitätsverteilung, die zu einem anderen Integralgesetz für die Linienabsorption führt, stellt demnach die Erscheinungen leuchtender Metaldämpfe in Flammen höchstwahrscheinlich nicht dar.

Versuche zur weiteren Prüfung der entwickelten Formeln und zur Bestimmung der optischen Konstanten an verschiedenen erregten Spektrallinien sind in Vorbereitung.

Breslau und Berlin, im April 1913.

(Eingegangen 20. Mai 1913.)

**9. Die anormalen
Zeemaneffekte der Spektrallinien vom D-Typus;
von W. Voigt.**

1. Die nachstehenden Entwicklungen sind der Fortführung meiner Untersuchungen über die Koppelungstheorie der Zeemaneffekte an Liniensystemen vom D-Typ gewidmet. Seit meiner ersten hierauf bezüglichen Mitteilung¹⁾ sind neue Beobachtungsergebnisse erzielt worden, die eine weitergehende Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung gestatten und hierzu eine weitere Entwicklung der Grundformeln verlangen. In der ersten Mitteilung beschränkte ich mich fast ganz auf die Untersuchung unendlich schwacher und unendlich starker Magnetfelder; im letzteren Falle war das Hauptziel die Konstatierung des Ergebnisses, daß die Theorie hier zu *einem Triplet von normaler Aufspaltung* führt. Es sind dabei konsequent endliche Größen neben unendlichen vernachlässigt worden. Jetzt wird es sich nötig erweisen, in den beiden Fällen starker und schwacher Felder die Annäherung weiter zu treiben; diese Fortführung ergibt dann ohne neue Annahmen die Erklärung einer beträchtlichen Anzahl neuer Beobachtungen.

Allerdings muß ich mich zunächst auf eine mehr *qualitative* Vergleichung der Theorie mit der Beobachtung beschränken. Zu einer *quantitativen* Vergleichung fehlt zunächst die nötige Kenntnis der *Halbwertsbreiten* für die Konstituenten der experimentell untersuchten D-Duplets. Diese Größen spielen zwar bei unendlich schwachen und bei unendlich starken Feldern keine wesentliche Rolle, wohl aber in *mittleren* Feldern, auf die sich ja im Grunde die Beobachtungen einzig beziehen. Die Wirkung der Koppelung ist an den Duplets und Triplets,

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. 41. p. 403. 1913.

welche das Verhalten der einzelnen Linien zu verfolgen gestatten, bei allen zugänglichen Feldstärken äußerst gering, und deshalb gewinnen hier die Halbwertsbreiten in den Formeln bereits merklichen Einfluß. Da nun über diese Größen nichts bekannt ist, so bleibt nichts übrig, als sie für die Anwendung der Theorie bei den beiden Konstituenten der D-Duplets einander gleich zu setzen. Dies bedingt eine erste Unsicherheit.

Sodann ist mir nach gemachten Wahrnehmungen wahrscheinlich, daß bei den in Frage kommenden Beobachtungen der Herren Paschen und Back sich über den theoretischen Effekt noch ein fremder, vermutlich Temperatur-Effekt lagert. Verschiebungen von Linien bei Änderung der Konstitution der Lichtquellen sind vielfach beobachtet worden; es ist sehr wahrscheinlich, daß unter den Umständen, die bei den genannten Beobachtungen herrschten, dergleichen ebenfalls in merklicher Weise stattgefunden haben.

Zur Begründung dieser Vermutung weise ich auf die Beobachtungen der Herren Brotherus¹⁾ und Iwanow²⁾ hin, nach denen die D-Linien (im engsten Sinne) der Na-Flamme *unsymmetrische Umkehrung* zeigen, derart, daß die dunklen Streifen in den beiden Linien sich gegenseitig abzustoßen scheinen. Diese Erscheinung läßt sich meines Erachtens kaum anders deuten, als daß die bezüglichen Linien in dem äußeren (absorbierenden) Teil der Flamme einen ein wenig größeren Abstand besitzen, als in dem inneren (emittierenden). Ob dabei die verschiedenen Temperaturen oder die verschiedenen Dampfdichten die Hauptrolle spielen, ist nicht zu entscheiden. Derartige Wirkungen können bei den Beobachtungen der Herren Paschen und Back³⁾, welche große Energien benutzten, sehr wohl stattgefunden haben. Zu ihnen kommen vielleicht auch jene *quadratischen* magnetischen Effekte, die bei den verwandten starken Feldern merklich werden können, und auf die ich an verschiedenen Stellen hingewiesen habe (Ann. d. Phys.

1) H. J. Brotherus, Phys. Zeitschr. 12. p. 193. 1911; Ann. d. Phys. 38. p. 397. 1912.

2) K. Iwanow, Phys. Zeitschr. 13. p. 1112. 1912.

3) F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. 39. p. 897. 1912, bes. p. 906.

36. p. 898. 1911; 40. p. 376. 1913). Diese wirken hauptsächlich im Sinne einfacher *Verschiebungen* der Spektrallinien.

Aber wenn auch in der Hauptsache von einer quantitativen Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung vorerst abgesehen werden muß, so ist das Ergebnis der qualitativen Vergleichung doch bemerkenswert. Die Theorie fordert eine Reihe von beobachteten Erscheinungen, die sich von vornherein als seltsam oder unerwartet darstellen. Ich gruppiere die zu erklärenden Tatsachen in solche, die sich auf *schwache*, und solche, die sich auf *starke* Felder beziehen. Schwach und stark sind hierbei natürlich *relative* Begriffe. Ein Feld gilt theoretisch als *schwach*, wenn dabei die Zerlegungen der einzelnen Linien merklich kleiner sind, als der Abstand des Paares im feldlosen Zustand, als *stark*, wenn das Umgekehrte stattfindet. Die Verhältnisse liegen in der Natur leider so, daß es nur ausnahmsweise gelingt, an *demselben* Liniensystem *beide* Fälle messend zu verfolgen; jedenfalls haben die untersuchten Duplets vom *D*-Typ bisher eine beide Bereiche umfassende Messung an demselben Objekt nicht gestattet.

2. Von den Eigentümlichkeiten, welche sich *bei schwachen Feldern* einstellen, hat die ersten der unten aufgeführten Hr. Dr. Back mir durch Einsicht in das Manuskript einer neuen Arbeit über die Na-Linie 3303 bekannt gegeben, und ich möchte ihm hierfür danken; andere sind in seiner publizierten Arbeit mitgeteilt.¹⁾

Solange die magnetische Zerlegung der Einzellinien des Duplets unendlich klein ist gegen ihren Abstand, ist die wechselseitige Koppelung unmerklich. Bezüglich der *p*-Komponenten geben hier D_1 und D_2 symmetrische Duplets, bezüglich der *s*-Komponenten gibt D_1 ein symmetrisches Duplet (das theoretisch als Quadruplet aufgefaßt werden kann), D_2 ein symmetrisches Quadruplet.

α) Bei zunehmender Feldstärke stoßen sich die Schwerpunkte der beiden p-Duplets gegenseitig ab. Dies darf als unerwartet bezeichnet werden; denn da die beiden *p*-Duplets in den stärksten Feldern sich in eine einzige Linie umwandeln, wäre zu erwarten, daß die Koppelung sogleich in diesem Sinne wirkt.

1) Die bezüglichen Resultate sind zum Teil bestätigt durch Hrn. R. Fortrat, *Compt. rend.* 156. p. 1607. 1913.

β) Die absoluten Verschiebungen der p -Duplets, auf denen diese scheinbare Abstoßung beruht, sind entgegengesetzt gerichtet und ungefähr gleich groß.

γ) Auch die Schwerpunkte der beiden s -Komponentensysteme stoßen einander gegenseitig ab; dabei deformiert sich das Quartuplet der D_2 -Komponenten so, daß das nach D_1 zu liegende Außenintervall kleiner wird, als das von D_1 ab liegende.

Der Vollständigkeit halber seien auch die folgenden Tatsachen hier wiederholt, die ich bereits früher behandelt habe.

Bei verschwindender Koppelungswirkung sind die symmetrisch zur feldlosen Linie liegenden Komponenten von gleicher Intensität.

δ) Bei wachsender Feldstärke ändern sich die bezüglichen Intensitäten dissymmetrisch und zwar nehmen die einander zugewandten Komponenten von D_1 und D_2 die größere Intensität an.

Da, wie oben in Erinnerung gebracht ist, die p -Komponenten beider Linien bei stärksten Feldern sich zu einer Linie umwandeln, so erscheint das genannte Verhalten der p -Komponenten im Sinne der schließlichen Entwicklung liegend und somit plausibel. Da aber die s -Komponenten schließlich normale Aufspaltung erhalten, so stellt sich die anfängliche Verstärkung der einander zugewandten Komponenten als einigermaßen unerwartet dar.

3. Bei stärksten Feldern findet nach der Beobachtung eine Umgestaltung des ganzen Komponentensystems im Sinne eines normalen Triplets statt. Bezüglich dieser Umgestaltung sind folgende Beobachtungen zu erwähnen, die freilich sämtlich dadurch einigermaßen unsicher sind, daß die von Hrn. Back und selbst auch die von Hrn. Fortrat benutzten Feldstärken im theoretischen Sinne immer noch nicht extrem groß waren.

ε) Die p -Komponenten ergeben für sich allein ein normales Triplet, dessen Außenkomponenten mit unendlich wachsender Feldstärke verschwinden. Dagegen haben die s -Komponenten keinen Bestandteil am Orte der Mittellinie des Triplets.

Diese höchst merkwürdige Tatsache wird von Hrn. Back¹⁾ an der Na-Linie 2853 belegt.

1) F. Paschen u. E. Back, l. c. p. 930. (Normales Triplet mit unvollkommener Polarisierung der Außenkomponenten.)

Über die s -Komponenten liegt bei dem O -Triplet 3947 eine merkwürdige Beobachtung vor, die mit der vorstehenden in einem gewissen Zusammenhang steht, und deren Charakter ein Analogon bei den D -Duplets vermuten läßt. Wie nach e) die p -Komponenten einen um die normale Aufspaltung nach außen von ihnen entfernten Begleiter haben, der mit wachsender Feldstärke schließlich verschwindet, so gilt gleiches für die s -Komponenten jenes Triplets.

ζ) *Es erscheint somit wahrscheinlich, daß die s -Komponenten mit normaler Aufspaltung Begleiter besitzen mit doppelter normaler Aufspaltung und allmählich verschwindender Stärke.*

Die Beobachtungen des Hrn. Fortrat an Na 2853 scheinen eine Deutung in diesem Sinne zu gestatten.

η) *Es ist gelungen, die p -Komponenten durch Feldstärken zu einer merklich scharfen Linie zu vereinigen, durch welche dies bei den s -Komponenten mit normaler Aufspaltung nicht erreicht werden konnte.*

Diese Tatsache wird einerseits von Hrn. Back bezüglich der Na-Linie 2853 ausdrücklich hervorgehoben¹⁾; andererseits ist sie bei dem O -Triplet im höchsten Grade auffällig durch die neuen Photogramme der Herren Paschen und Back²⁾ bestätigt.

1) l. c. p. 930. Die Angaben von Hrn. Fortrat (l. c.) weichen hier, wie in anderen Punkten, allerdings ab.

2) F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. 40. p. 960. 1913. In dieser Arbeit finden sich p. 970 zwei Einwände gegen den Ansatz der Koppelungshypothese, den ich gemacht habe (Ann. d. Phys. 40. p. 368), um zu zeigen, wie etwa die Erscheinungen bei den H -Duplets zustande kommen können. Diese Einwände beruhen beide auf unrichtiger Verwendung der Formeln; ich will auf sie aber wegen des provisorischen Charakters jener Untersuchung nicht eingehen. Auch die am Schluß ausgedrückte „Zustimmung“ ist irrtümlich gefärbt: die Unabhängigkeit der p - und der s -Komponenten voneinander ist keine von mir gemachte Annahme, sondern eine Folge der lineären Form der optischen Gleichungen und der Symmetrieverhältnisse des Magnetfeldes. Im übrigen möchte ich bemerken, daß Messungen der scheinbaren Breiten von Zeemankomponenten nur schwer theoretisch verwertbar sind. An und für sich hängt die scheinbare Breite, die von der absoluten Stärke und der Spaltbreite beeinflußt wird, keineswegs einfach mit der theoretisch wichtigen Halbwertsbreite zusammen, die von diesen beiden Umständen unabhängig ist. Das Verhältnis der scheinbaren Breiten von p - und s -Komponenten wird

4. Ich gehe nunmehr zu der Entwicklung der Formeln der Theorie über, um sie für die Vergleichung mit den vorstehenden, wie auch mit etwaigen späteren Beobachtungsergebnissen geeignet zu machen.

Die Grundformeln für den Zeemaneffekt gekoppelter Linienpaare vom Typ der D-Duplets enthalten nach meiner früheren Arbeit¹⁾ die folgenden Parameter. n ist der komplexe Brechungsindex, N die Zahl der Elektronensysteme in der Volumeneinheit, e die Ladung, m die träge Masse eines Elektrons. k_1, k_2 sind die Parameter der quasielastischen, f_1, f_2 diejenigen der dämpfenden Kräfte, die sich bei den Linien D_1 und D_2 betätigen. Die unmittelbare Wirkung des Magnetfeldes H auf die beiden Elektronengattungen wird durch dieselbe mit H proportionale Funktion g gemessen, die Koppelung, welche ein Elektron von D_1 mit zwei von D_2 verknüpft, durch die ebenso mit H proportionale Funktion r . g_n bezeichnet den normalen (Lorentzsehen) Wert von g , d. h. eH/c .

Es sind die Abkürzungen eingeführt

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{1}{3}(k + 2k_2) = k, & \frac{1}{3}(f_1 + 2f_2) = f, \\ p = k - m\nu^2 \pm \nu g + i\nu f, \\ \pi_j = k_j - k + i\nu(f_j - f), \quad j = 1, 2. \end{cases}$$

Dann gilt für die p -Schwingungen

$$(2) \quad \frac{n^2 - 1}{2Ne^2} = 3 \sum \frac{p^2 \pm 2\nu r p - (\pi_1^2 - \nu^2 r^2)}{p^3 - 3p(\pi_1^2 + \nu^2 r^2) - 2(\pi_1^3 \pm \nu^3 r^3)},$$

wobei

$$g = \frac{2}{3}g_n, \quad r = \frac{1}{3}g_n;$$

hingegen für die s -Schwingungen

$$(3) \quad \frac{n^2 - 1}{2Ne^2} = 3 \sum \frac{p^2 \pm \nu r p - (\pi_2^2 + 2\nu^2 r^2)}{p^3 - 3p(\pi_2^2 + \nu^2 r^2) - 2(\pi_2^3 \mp \nu^3 r^3)},$$

wobei

$$g = \frac{4}{3}g_n, \quad r = \frac{1}{3}g_n.$$

überdies noch durch die verschiedene Schwächung der beiden Komponenten bei der Beugung am Gitter modifiziert, die sehr komplizierten Gesetzen folgt. Auf alle diese Umstände gehen die Herren Paschen und Back nicht ein.

1) W. Voigt, l. c. p. 426.

Die Summen \sum sind beide Male über zwei Glieder zu nehmen, deren eines das *obere*, deren anderes das *untere* der doppelten Vorzeichen enthält, und die je die +- bzw. die --Komponenten der Zerlegung ergeben.

Die Ausdrücke (2) und (3) sind bei einer Parallelbehandlung der p - und der s -Komponenten gewonnen. Sie drücken im allgemeinen die Existenz von drei p - und von drei s -Komponenten an jeder Seite aus. Die eine der p -Komponenten (von D_1) ist bei unmerklicher Koppelung gleich Null. Die Diskussion der Formel (2) zeigt, daß sie auch bei merklicher Koppelungswirkung gleich Null *bleibt*. In der Tat enthält der Quotient mit dem *oberen* Vorzeichen im Zähler und Nenner den Faktor $p + (\pi_2 + \nu r)$, der mit dem *unteren* Vorzeichen den Faktor $p + (\pi_2 - \nu r)$. Nach diesem Resultat kann man (2) auch schreiben

$$\frac{n^2 - 1}{2 N e^2} = 3 \sum \frac{p - \pi_2 \pm \nu r}{p^2 - p(\pi_2 \pm \nu r) - 2(\pi_2^2 + \nu^2 r^2 \mp \pi_2 \nu r)}$$

und dementsprechend die ganze Behandlung der p - und der s -Welle voneinander trennen. Es empfiehlt sich aber vielleicht mehr, die Parallelisierung der p - und der s -Wellen, die sich im ersten Teil der Untersuchung bequem erwiesen hat, nicht aufzugeben, und ich will demgemäß verfahren.

Diese Parallelisierung gewinnt Gestalt, indem man die Formeln (2) und (3) in der gemeinsamen Fassung anwendet

$$(4) \quad \frac{n^2 - 1}{2 N e^2} = 3 \sum \frac{p^2 \pm \varepsilon \nu r p - (\pi_2^2 - \eta \nu^2 r^2)}{p^3 - 3 p (\pi_2^2 + \nu^2 r^2) - 2 (\pi_2^3 \pm \nu^3 r^3)}$$

Hierin ist

$$(5) \quad \begin{cases} \text{für die } p\text{-Wellen } \varepsilon = +2, & \eta = +1, \\ \text{für die } s\text{-Wellen } \varepsilon = -1, & \eta = -2 \end{cases}$$

zu setzen, falls im letzten Falle gleichzeitig die Zuordnung der +-Welle zum oberen, der --Welle zum unteren Vorzeichen vertauscht wird.

Wir bemerken, daß für *beide* Wellen gilt

$$(6) \quad \eta + 1 = \varepsilon.$$

Schreiben wir den Nenner N von (4)

$$(7) \quad N = p^3 - 3 p R^2 - 2 S,$$

setzen also

$$(7) \quad \pi_2^2 + \nu^2 r^2 = R^2, \quad \pi_2^3 \pm \nu^3 r^3 = S$$

und machen

$$(8) \quad \frac{S}{R^3} = \frac{\pi_2^3 \pm \nu^3 r^3}{(\pi_2^2 + \nu^2 r^2)^{3/2}} = \cos 3\psi,$$

so sind die Wurzeln von N

$$(9) \quad \begin{cases} p' = 2R \cos \psi, & p'' = -2R \cos(60^\circ - \psi), \\ p''' = -2R \cos(60^\circ + \psi), \end{cases}$$

und wenn man die rechte Seite von (4) zerlegt gemäß dem Ansatz

$$(10) \quad \frac{3(p^3 \pm \nu r p - (\pi_2^2 - \eta \nu^2 r^2))}{(p-p')(p-p'')(p-p''')} = \frac{A'}{p-p'} + \frac{A''}{p-p''} + \frac{A'''}{p-p'''},$$

so ergibt die Rechnung bei $\nu r/R = F$:

$$(11) \quad \begin{cases} A' = 1 + \frac{\varepsilon F}{\sin 3\psi} (F \sin \psi \pm \sin 2\psi), \\ A'' = 1 - \frac{\varepsilon F}{\sin 3\psi} (F \sin(\psi - 60^\circ) \pm \sin(2\psi + 60^\circ)), \\ A''' = 1 - \frac{\varepsilon F}{\sin 3\psi} (F \sin(\psi + 60^\circ) \pm \sin(2\psi - 60^\circ)). \end{cases}$$

Damit sind die Orte und die Stärken sämtlicher Komponenten der D -Duplets in Strenge bestimmt. Allerdings ist die vollständige Berechnung im allgemeinen sehr umständlich, denn nach (1) enthält π_2 die Differenz $f_2 - f = \frac{1}{3}(f_2 - f_1)$ mit i multipliziert; sind die Halbwertsbreiten der D_2 - und der D_1 -Linien also voneinander verschieden, so sind p', \dots und auch A', \dots sämtlich komplex. Wie schon p. 211 bemerkt, sind wir durch die Unkenntnis der Halbwertsbreiten gezwungen, uns auf die Behandlung des einfachen Falles $f_1 = f_2$ zu beschränken, wo dann alle die genannten Größen reell werden. Hier läßt sich der Verlauf der Erscheinung bei zunehmender Feldstärke in allen seinen Phasen relativ leicht rechnerisch verfolgen. Da aber Beobachtungen bisher nur für *extreme* Fälle vorliegen, so mögen über den allgemeinen Verlauf nur einige Bemerkungen gemacht werden.

5. π_j ist unter der Annahme $f_1 = f_2$ gleich $k_j - k$, und wenn man die Frequenz ν_j der feldlosen Konstituenten (j) und die mittlere Frequenz beider ν_0 durch die Beziehungen

$$(12) \quad k_j = m \nu_j^2, \quad k = m \nu_0^2$$

einführt, auch beachtet, daß $\nu_j - \nu_0 = \mu_j$ klein neben $\nu_j + \nu_0$ ist, so erhält man

$$(13) \quad \pi_j = 2m\nu_0(\nu_j - \nu_0) = 2m\nu_0\mu_j.$$

Hier drückt μ_j den in Frequenzen gemessenen Abstand der Linie (j) von dem Schwerpunkt der beiden Linien oder der mittleren Frequenz ν_0 aus. Dabei ist wegen

$$(14) \quad \pi_1 + 2\pi_2 \doteq 0 \text{ auch } \mu_1 + 2\mu_2 = 0.$$

Die Nenner der Partialbruchzerlegung (10) haben nach (1) die Form

$$k - m\nu^2 \pm \nu(g + 2g') + i\nu f,$$

wobei $\pm 2\nu g'$ bzw. $\pm 2\nu g''$, $2\nu g'''$ für $-p'$, $-p''$, $-p'''$ steht, analog zu der in meiner früheren Arbeit benutzten Bezeichnung. Da $\nu - \nu_0 = \mu$ immer klein neben $\nu + \nu_0$ ist, so kann man die Nenner auch schreiben

$$2m\nu_0 \left(-\mu \pm \frac{(g + 2g')}{2m} + \frac{i\nu f}{2m} \right);$$

es bestimmt dann

$$(15) \quad \mu = \pm \frac{(g + 2g')}{2m}$$

die Lage der dem bez. Nenner entsprechenden Absorptionslinien relativ zur mittleren Frequenz ν_0 . Die normale Verschiebungsgröße ist gegeben durch

$$(16) \quad \mu_n = \frac{g_n}{2m}.$$

Vertauscht man in (9) R mit dem Wert $\nu r/F$ und beachtet, daß F und ψ nur von $\nu r/\pi_2$ abhängen, r und g dem Felde proportional sind, so erkennt man, daß sowohl die spezifische Aufspaltung $Z = \mu/H$, als die Stärken A', \dots nur von dem Quotienten $\nu r/\pi_2$ abhängen, daß also für D -Duplets mit verschiedenen Abständen $\alpha_0 = \overline{D_1 D_2}$ die gleichen spezifischen Aufspaltungen und Stärken bei mit den betreffenden α_0 proportionalen Feldern stattfinden.

6. Ich wende mich nun zur Entwicklung der Formeln (9) und (11) für die Fälle schwacher und starker Felder nach der

p. 212 gegebenen Definition. Im ersten Falle schwacher Felder setze ich

$$(17) \quad \frac{\nu r}{\pi_2} = \frac{\nu g_n}{3\pi_2} = \frac{\mu_n}{3\mu_2} = \beta \quad \text{und} \quad \beta < 1$$

und führe die etwas umständliche Rechnung in bezug auf die p' , ... bis zur dritten, in bezug auf A' , ... bis zur zweiten Ordnung (was sich bei der Rechnung gleichzeitig einstellt). Hr. Dr. Försterling hat die Resultate kontrolliert.

Es gilt hiernach folgendes:

I. p -Schwingung, $g = \frac{2}{3} g_n$, $p' = 2 \nu g'$, ...

+ Seite:

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g'_+) = \frac{2}{3} \nu g_n - 2\pi_2(1 + \frac{1}{3}\beta^2 + \frac{1}{6}\beta^3), \\ A'_+ = 1 + \frac{4}{3}\beta + \frac{2}{3}\beta^2, \\ \nu(g + 2g''_+) = \frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2(1 + \beta), \\ A''_+ = 0, \\ \nu(g + 2g'''_+) = \frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2(1 - \beta + \frac{2}{3}\beta^2 + \frac{2}{3}\beta^3), \\ A'''_+ = 2(1 - \frac{2}{3}\beta - \frac{1}{3}\beta^2). \end{array} \right.$$

- Seite:

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\nu(g + 2g'_-) = -\frac{2}{3} \nu g_n - 2\pi_2(1 + \frac{1}{3}\beta^2 - \frac{1}{6}\beta^3), \\ A'_- = 1 - \frac{4}{3}\beta + \frac{2}{3}\beta^2, \\ -\nu(g + 2g''_-) = -\frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2(1 + \beta + \frac{2}{3}\beta^2 - \frac{2}{3}\beta^3), \\ A''_- = 2(1 + \frac{2}{3}\beta - \frac{1}{3}\beta^2), \\ -\nu(g + 2g'''_-) = -\frac{2}{3} \nu g_n + \pi_2(1 - \beta), \\ A'''_- = 0. \end{array} \right.$$

Die zweite Zeile in dem ersten System, die dritte in dem zweiten bestimmen gemäß $A''_+ = 0$, $A'''_- = 0$ die p. 216 erwähnte Komponente verschwindender Stärke; nach dem Wert (17) von β und nach Formel (16) wird

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g''_+) = \pi_2 + \nu g_n, \quad \nu(g + 2g'''_-) = -(\pi_2 + \nu g_n), \\ \mu''_+ = (\mu_2 + \mu_n), \quad \mu'''_- = -(\mu_2 + \mu_n), \end{array} \right.$$

d. h., die Komponenten verschwindender Stärke behalten bei wachsendem Felde die normale Aufspaltung gegen D_2 zunächst bei.

Die ersten Zeilen beider Systeme stellen das Verhalten der D_1 -Linie dar. Wir schreiben sie

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für die } + \text{ Seite} \\ \mu'_+ = \frac{2}{3} \mu_n - 2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 + \frac{1}{9} \beta^3), \\ A'_+ = 1 + \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2, \\ \text{für die } - \text{ Seite} \\ \mu'_- = -\frac{2}{3} \mu_n - 2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 - \frac{1}{9} \beta^3), \\ A'_- = 1 - \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2. \end{array} \right.$$

Die noch übrigen Formeln beziehen sich auf die D_2 -Linie. Wir haben

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für die } + \text{ Seite} \\ \mu''_+ = \frac{1}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 + \frac{2}{9} \beta^3), \\ A''_+ = 2 (1 - \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2), \\ \text{für die } - \text{ Seite} \\ \mu''_- = -\frac{1}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{2}{9} \beta^3), \\ A''_- = 2 (1 + \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2). \end{array} \right.$$

Dabei ist nach (17) $\beta = \mu_n / 3 \mu_2$.

In den Formeln (21) und (22) bezeichnen die Terme $-2 \mu_2$, $+\mu_2$ rechts den Ort der feldlosen Linien D_1 und D_2 , die in der Tat um diese Beträge von der mittleren Frequenz ν_0 abliegen. Von diesen Orten aus finden die Bewegungen infolge der Feldwirkung statt.

Die Änderung der relativen Abstände der zusammengehörigen $+$ - und $-$ -Komponenten sind für beide Linienpaare gegeben durch

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu'_+ - \mu'_- = \frac{4}{3} \mu_n - \frac{4}{9} \mu_2 \beta^3, \\ \mu''_+ - \mu''_- = \frac{2}{3} \mu_n + \frac{4}{9} \mu_2 \beta^3; \end{array} \right.$$

die Koppelungswirkung macht sich hierin im zweiten Glied geltend und ist somit klein von dritter Ordnung.

Die Mitten der Paare aus $+$ - und $-$ -Komponenten für jede Linie bewegen sich nach dem Gesetz

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} (\mu'_+ + \mu'_-) = -2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2), \\ \frac{1}{2} (\mu''_+ + \mu''_-) = +\mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2); \end{array} \right.$$

sie stoßen sich also um Beträge zweiter Ordnung ab, indem sie nach beiden Seiten um gleiche Beträge wandern. Dies entspricht den Beobachtungen α) und β) von p. 212 und 213.

Die Formeln für die A lassen erkennen, daß die Stärken der Komponenten von D_1 und D_2 sich infolge der Koppelung unsymmetrisch um Glieder erster Ordnung ändern, und zwar so, daß die einander zugekehrten Komponenten verstärkt, die abgewandten geschwächt werden. Bei D_1 ist die prozentuale Stärkeänderung größer als bei D_2 . Dies entspricht der einen Beobachtung δ).

II. s-Schwingung, $g = \frac{4}{3} g_n$, $p' = 2 v g'$, ...

+ Seite:

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} v(g + 2 g'_+) = \frac{4}{3} v g_n - 2 \pi_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 - \frac{1}{6} \beta^3), \\ A'_+ = 1 + \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2, \\ v(g + 2 g''_+) = \frac{4}{3} v g_n + \pi_2 (1 + \beta + \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{2}{6} \beta^3), \\ A''_+ = \frac{1}{2} (1 - \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2), \\ v(g + 2 g'''_+) = \frac{4}{3} v g_n + \pi_2 (1 - \beta), \\ A'''_+ = \frac{3}{2}; \end{array} \right.$$

— Seite:

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{l} -v(g + 2 g'_-) = -\frac{4}{3} v g_n - 2 \pi_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 + \frac{1}{6} \beta^3), \\ A'_- = 1 - \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2, \\ -v(g + 2 g''_-) = -\frac{4}{3} v g_n + \pi_2 (1 + \beta), \\ A''_- = \frac{3}{2}, \\ -v(g + 2 g'''_-) = -\frac{4}{3} v g_n + \pi_2 (1 - \beta + \frac{2}{3} \beta^2 + \frac{2}{6} \beta^3), \\ A'''_- = \frac{1}{2} (1 + \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^2). \end{array} \right.$$

Die ersten Zeilen beider Systeme beziehen sich auf die D_1 -, die folgenden auf die D_2 -Linie.

Wir schreiben für D_1 :

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu'_+ = \frac{4}{3} \mu_n - 2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 - \frac{1}{6} \beta^3), \\ A'_+ = 1 + \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2, \\ \mu'_- = -\frac{4}{3} \mu_n - 2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2 + \frac{1}{6} \beta^3), \\ A'_- = 1 - \frac{2}{3} \beta - \frac{1}{3} \beta^2. \end{array} \right.$$

Analog für D_2 :

$$(28) \quad \begin{cases} \mu'_+ = \frac{5}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 - \frac{2}{9} \beta^3), & A'_+ = \frac{1}{2} (1 - \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^3), \\ \mu''_+ = \frac{2}{3} \mu_n + \mu_2, & A''_+ = \frac{2}{3}, \\ \mu''_- = -\frac{2}{3} \mu_n + \mu_2, & A''_- = \frac{2}{3}, \\ \mu'''_- = -\frac{5}{3} \mu_n + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2 + \frac{2}{9} \beta^3), & A'''_- = \frac{1}{2} (1 + \frac{4}{3} \beta + \frac{2}{3} \beta^3). \end{cases}$$

Wieder stellen die Terme $-2\mu_2$ und μ_2 die anfänglichen Orte der Linien D_1 und D_2 dar, von denen aus die Bewegung beginnt.

Für die Änderung der Abstände entsprechender Komponenten gilt

$$(29) \quad \begin{cases} \mu'_+ - \mu'_- = \frac{8}{3} \mu_n + \frac{4}{9} \mu_2 \beta^3, \\ \mu''_+ - \mu''_- = \frac{10}{3} \mu_n - \frac{4}{9} \mu_2 \beta^3, \\ \mu'''_+ - \mu'''_- = \frac{6}{3} \mu_n; \end{cases}$$

die Wirkung der Koppelung ist auch hier klein von dritter oder noch höherer Ordnung.

Die Mitten der entsprechenden Komponenten bewegen sich nach den Gesetzen

$$(30) \quad \begin{cases} \frac{1}{2} (\mu'_+ + \mu'_-) = -2 \mu_2 (1 + \frac{1}{3} \beta^2), \\ \frac{1}{2} (\mu''_+ + \mu''_-) = + \mu_2 (1 + \frac{2}{3} \beta^2), \\ \frac{1}{2} (\mu'''_+ + \mu'''_-) = + \mu_2. \end{cases}$$

Wieder findet Abstoßung zwischen den D_1 - und den D_2 -Komponenten statt. Die Außenkomponenten von D_2 erleiden eine Verschiebung infolge der Koppelung, die Innenkomponenten nicht; demgemäß wird auf der D_1 zugewandten Seite der Abstand verringert, auf der abgewandten Seite vergrößert. Das ist die Beobachtung γ) von p. 213.

Die Stärken ändern sich bei den Komponenten derselben Linie unsymmetrisch in demselben Sinne, wie bei den p -Komponenten, aber schwächer. Das ist die andere Beobachtung δ).

Während die Veränderungen der Stärken und die relativen Verschiebungen der Komponenten hiernach mit den Beobachtungen in vollständiger Übereinstimmung sind, scheint bezüglich der absoluten Verschiebungen noch eine Unstimmigkeit zu bestehen. Es wird eine Aufgabe der weiteren Untersuchung sein, müssen, ob sich dieselbe durch die p. 211 erwähnten sekundären Vorgänge erklären läßt.

7. Für den Fall starker Felder setze ich

$$(31) \quad \frac{\pi_2}{\nu r} = \frac{3\pi_2}{\nu g_n} = \frac{3\mu_n}{\mu_n} = \gamma \quad \text{und} \quad \gamma < 1$$

und führe die Rechnung wie früher durch. Die Ergebnisse sind die folgenden:

I. p -Schwingung; $r = \frac{1}{3}g_n$, $p' = 2\nu g'$, ...

+ Seite:

$$(32) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g'_+) = \frac{2}{3}\nu g_n - \frac{2}{3}\nu g_n(1 + \frac{1}{3}\gamma^2 + \frac{1}{6}\gamma^3), \\ A'_+ = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2, \\ \nu(g + 2g''_+) = \frac{2}{3}\nu g_n + \frac{1}{3}\nu g_n(1 + \gamma), \\ A''_+ = 0, \\ \nu(g + 2g'''_+) = \frac{2}{3}\nu g_n + \frac{1}{3}\nu g_n(1 - \gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 + \frac{2}{6}\gamma^3), \\ A'''_+ = \frac{2}{3}\gamma^2; \end{array} \right.$$

— Seite:

$$(33) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\nu(g + 2g'_-) = -\frac{2}{3}\nu g_n - \frac{1}{3}\nu g_n(1 + \gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{6}\gamma^3), \\ A'_- = \frac{2}{3}\gamma^2, \\ -\nu(g + 2g''_-) = -\frac{2}{3}\nu g_n + \frac{2}{3}\nu g_n(1 + \frac{1}{3}\gamma^2 - \frac{1}{6}\gamma^3), \\ A'_- = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2, \\ -\nu(g + 2g'''_-) = -\frac{2}{3}\nu g_n - \frac{1}{3}\nu g_n(1 - \gamma), \\ A'''_- = 0. \end{array} \right.$$

Die zweite Zeile des ersten, die dritte des zweiten Systems bezieht sich wieder auf die Komponente verschwindender Stärke von D_2 .

Die ersten Zeilen beider Systeme geben die Komponenten von D_1 ; wir folgern daraus nach (15) und (16)

$$(34) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu'_+ = -\frac{2}{3}\mu_n\gamma^2(1 + \frac{1}{3}\gamma), \quad A'_+ = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2, \\ \mu'_- = -\mu_n(1 + \frac{1}{3}(\gamma + \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{6}\gamma^3)), \quad A'_- = \frac{2}{3}\gamma^2. \end{array} \right.$$

Die übrigen Formeln beziehen sich auf die nicht verschwindenden Komponenten von D_2 und ergeben

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu''_+ = \mu_n(1 - \frac{1}{3}(\gamma - \frac{2}{3}\gamma^2 - \frac{2}{6}\gamma^3)), \quad A''_+ = \frac{2}{3}\gamma^2, \\ \mu''_- = \frac{2}{3}\mu_n\gamma^2(1 - \frac{1}{3}\gamma), \quad A''_- = 3 - \frac{2}{3}\gamma^2. \end{array} \right.$$

Da γ mit unendlich wachsendem Felde verschwindet, so ergibt sich hieraus, daß die $+$ -Komponente von D_1 und die

—-Komponente von D_2 sich mit wachsendem Felde zu der mittleren Frequenz ν_0 zusammenziehen, indem sie dabei allmählich die gesamte Intensität aufnehmen, die —-Komponente von D_1 und die +-Komponente von D_2 hingegen normale Aufspaltung mit abnehmender Stärke annehmen. Dies entspricht der merkwürdigen ersten Beobachtung ϵ).

II. s -Schwingungen, $r = \frac{1}{3} g_n$, $p' = 2 \nu g'$, . . .

+ Seite:

$$(36) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu(g + 2g'_+) = \frac{4}{3} \nu g_n - \frac{1}{3} \nu g_n (1 + \gamma + \frac{2}{3} \gamma^2 - \frac{2}{9} \gamma^3), \\ \quad A'_+ = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \gamma^2, \\ \nu(g + 2g''_+) = \frac{4}{3} \nu g_n + \frac{2}{3} \nu g_n (1 + \frac{1}{3} \gamma^2 - \frac{1}{9} \gamma^3), \\ \quad A''_+ = \frac{1}{3} \gamma^2, \\ \nu(g + 2g'''_+) = \frac{4}{3} \nu g_n - \frac{1}{3} \nu g_n (1 - \gamma), \\ \quad A'''_+ = \frac{2}{3}. \end{array} \right.$$

— Seite:

$$(37) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\nu(g + 2g'_-) = -\frac{4}{3} \nu g_n - \frac{2}{3} \nu g_n (1 + \frac{1}{3} \gamma^2 + \frac{1}{9} \gamma^3), \\ \quad A'_- = \frac{1}{3} \gamma^2, \\ -\nu(g + 2g''_-) = -\frac{4}{3} \nu g_n + \frac{1}{3} \nu g_n (1 + \gamma), \\ \quad A''_- = \frac{2}{3}, \\ -\nu(g + 2g'''_-) = -\frac{4}{3} \nu g_n + \frac{1}{3} \nu g_n (1 - \gamma + \frac{2}{3} \gamma^2 + \frac{2}{9} \gamma^3), \\ \quad A'''_- = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \gamma^2. \end{array} \right.$$

Gruppiert man wieder die Komponenten der D_1 - und der D_2 -Linie für sich, so ergeben sich die folgenden Systeme von Verschiebungen μ gegen die mittlere Frequenz ν_0 .

D_1 -Linie:

$$(38) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \mu'_+ = \mu_n (1 - \frac{1}{3} (\gamma + \frac{2}{3} \gamma^2 - \frac{2}{9} \gamma^3)), & A'_+ = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \gamma^2, \\ \mu'_- = -\mu_n (2 + \frac{2}{9} \gamma^2 (1 + \frac{1}{3} \gamma)), & A'_- = \frac{1}{3} \gamma^2. \end{array} \right.$$

D_2 -Linie:

$$(39) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \mu''_+ = \mu_n (2 + \frac{2}{9} \gamma^2 (1 - \frac{1}{3} \gamma)), & A''_+ = \frac{1}{3} \gamma^2, \\ \mu''_+ = \mu_n (1 + \frac{1}{3} \gamma), & A''_+ = \frac{2}{3}, \\ \mu''_- = -\mu_n (1 - \frac{1}{3} \gamma), & A''_- = \frac{2}{3}, \\ \mu'''_- = -\mu_n (1 + \frac{1}{3} (\gamma - \frac{2}{3} \gamma^2 - \frac{2}{9} \gamma^3)), & A'''_- = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \gamma^2. \end{array} \right.$$

zu der
bei all-
Kompo-
normale
es ent-
,
)

Dies zeigt, daß die positive Komponente von D_1 und die eine positive von D_2 mit wachsender Feldstärke normale Aufspaltung auf der +-Seite, die beiden negativen Komponenten von D_2 aber normale Aufspaltung auf der negativen Seite annehmen, dabei je die Hälfte der Gesamtstärke an sich ziehen. Eine Komponente am Orte der mittleren Frequenz ν_0 erscheint nicht (zweite Beobachtung s). Die beiden noch übrigen Komponenten erhalten *doppelte* normale Aufspaltung bei allmählich verschwindender Intensität. Dies entspricht der unter ζ) formulierten Erwartung.

Daß diese Komponenten bei D-Linien noch nicht beschrieben sind, dürfte an ihrer sehr geringen Intensität liegen. Daß sie bei den O-Triplets gefunden sind, und daß die Beobachtungen Hrn. Fortrats bei Na 2853 eine Andeutung für sie geben, ist bereits p. 214 erwähnt.

Es bleibt noch die Erfahrungstatsache η) zu erklären, die mir vor vollständiger Entwicklung der Formeln sehr rätselhaft erschien, jetzt aber eine unerwartete Deutung findet. (Ich erinnere daran, daß es sich dabei um die Beobachtung *scharfer Mittel- und unscharfer Seitenkomponenten* der anscheinend normalen Triplets in stärksten Feldern handelt.) Die Lösung ergibt sich nach der Theorie folgendermaßen.

$\frac{1}{2}\gamma^3$,
nd der
me von

Bisher ist nur die Größe der Aufspaltungen $Z = \mu/H$ diskutiert worden, nicht die der eigentlichen Verschiebungen μ . Diese Aufspaltung ergab sich für die schließlich übrigen p -Komponenten bei unendlichen Feldstärken gleich Null, für die s -Komponenten normal. Die Verschiebungen verhalten sich nicht notwendig ebenso; denn die für sie geltenden Ausdrücke von der Form

$$(40) \quad \mu = \mu_n(a + b\gamma + c\gamma^2 + d\gamma^3),$$

$\frac{1}{3}\gamma^2$,
wobei $\gamma = 3\mu_2/\mu_n$, erhalten für $H = \infty$ in μ_n einen unendlichen Faktor, während der Faktor μ_n/H von Z endlich ist. Dies hat zur Folge, daß in den aus (40) folgenden Ausdrücken für die Aufspaltungen bei $H = \infty$ die Klammer sich auf das erste Glied reduziert, in denjenigen für die Verschiebungen nicht. Meine frühere Arbeit hat die Diskussion nur auf die Aufspaltungen gerichtet; daher sind in ihr die folgenden Tatsachen nicht bemerkt worden.

Ziehen wir zunächst die p -Schwingungen in Betracht, so ergibt sich, daß nach den Werten (34) für μ'_+ und μ''_- die beiden schließlich allein übrig bleibenden Komponenten *strenge* in die mittlere Frequenz ν_0 rücken, also daselbst eine scharfe Linie geben. Die schließlich verschwindenden Außenkomponenten erhalten die Verrückungen $\mu'_- = -(\mu_n + \mu_2)$ und $\mu''_+ = (\mu_n - \mu_2)$.

Für die schließlich übrig bleibenden s -Komponenten werden die Elongationen nach (38) und (39)

$$(41) \quad \begin{cases} \mu'_+ = \mu_n - \mu_2, & \mu''_- = -(\mu_n - \mu_2), \\ \mu''_+ = \mu_n + \mu_2, & \mu'_- = -(\mu_n + \mu_2). \end{cases}$$

Dies zeigt, daß das bei unendlichen Feldstärken resultierende Komponentensystem auf jeder Seite der mittleren Frequenz nicht eine *einfache*, sondern eine *doppelte* Linie liefert, deren *Mitte die normale Verschiebung erfährt*. Die Komponenten jedes Paares liegen um den dritten Teil des Abstandes $\bar{D}_1 \bar{D}_2$ von dieser Mitte entfernt.

Diese vier Komponenten stellen indessen kein Zeemansches Quadruplet dar, denn die Abstände jedes Paares sind vom Felde unabhängig; man wird dieses Gebilde passend als *ein normales Duplet von Doppellinien* bezeichnen.

Nach diesem Resultat würde sich die Beobachtung η) ganz von selbst erklären. (Wie das abweichende Resultat des Hrn. Fortrat zu verstehen ist, wird spezieller zu untersuchen sein.) Offenbar liegt bei dem O -Triplet ein ganz analoges Verhalten vor; nur können hier, entsprechend der wirksamen viel größeren Zahl von Freiheitsgraden voraussichtlich mehr als zwei Linien in unveränderlicher gegenseitiger Lage und mit normaler Verschiebung der Mitte die Außenkomponenten des sogenannten Triplets bilden.

Indessen ist keineswegs zu schließen, daß ein derartig komplizierten Bau der Außenkomponenten *stets* eintreten müßte; der einfache Ansatz, durch den ich kürzlich die wesentlichen Eigenschaften der H -Duplets wiedergegeben habe, liefert z. B. *einfache* Außenkomponenten. Umgekehrt muß vorerst auch die Möglichkeit zugegeben werden, daß bei komplizierten Liniengruppen die Mittelkomponente gleichfalls komplex ist.

Die zu höherer Annäherung fortgeführte Untersuchung ergibt also das allgemeine Resultat, daß einige in meiner letzten Arbeit formulierte Ergebnisse eine gewisse Ergänzung verlangen. In den allgemeinen Sätzen auf p. 434 und 435, die sich auf die Wirkung zyklischer Koppelungen beziehen, müßte z. B. hervorgehoben werden, daß das Resultat gesteigerter Feldwirkung eine einzige oder aber auch eine (enge) mehrfache Komponente sein kann, wobei nach dem obigen als mehrfache Komponente ein Liniensystem bezeichnet wird, dessen Teile in ihrer relativen Lage durch das Feld nicht beeinflußt werden.¹⁾ Ich werde auf die Bedingung für das Eintreten dieses merkwürdigen Ausnahmefalles an einer anderen Stelle ausführlicher eingehen.

Abschließend sei daran erinnert, daß die obigen Entwicklungen die einfachste Form der Koppelungstheorie der D-Duplets darstellen und Mittel vorhanden sind, wenn die Beobachtungen es verlangen, sie noch weiter auszugestalten.

Göttingen, Anfang Juni 1913.

1) Anmerkung. Ich benutze die Gelegenheit, um einen in meiner letzten Arbeit gebrauchten, ungenauen Ausdruck zu berichtigen. Wenn ich daselbst mehrfach vom „Zusammenfließen“ eines Duplets oder Triplets in eine einzige Linie gesprochen habe, so ergibt der ganze Zusammenhang, daß dies nicht im eigentlichen Sinne verstanden werden darf. Enthält in dem Ausdruck (62)

$$Q = \sum_{h,k} A_{hk} / A$$

der Nenner den Zähler als Faktor, und resultiert demgemäß

$$Q = 1 / (p + r q),$$

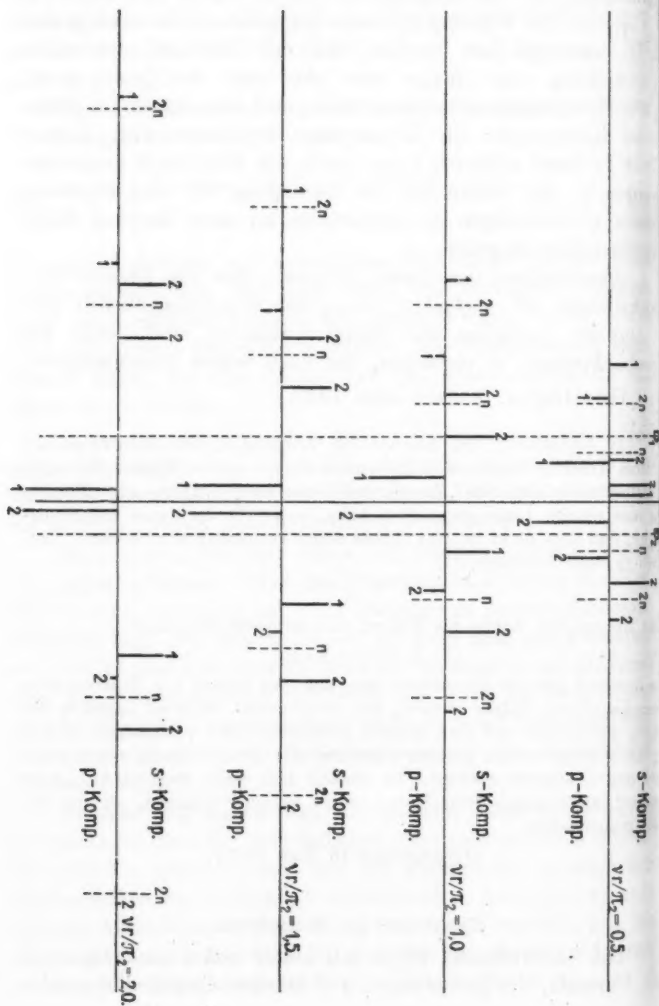
so bedeutet dies im allgemeinen nur, daß eine Anzahl von Komponenten verschwindende Stärke erreicht, also verschwindet, während natürlich die übrig bleibenden auf ihre Kosten zunehmen. Die vorstehende weitergeführte Analyse läßt genauer erkennen, wie dieser Vorgang sich speziell bei den D-Duplets abspielt. Es handelt sich somit eher um ein „Aufgehen“ einer Anzahl von Komponenten in einer einzigen, als um ein Zusammenfließen.

(Eingegangen 16. Juni 1913.)

Zusatz bei der Korrektur.

Die nachstehende Figur soll besser und vollständiger als die Formeln, die Bewegungen und Stärkeänderungen der zehn

Komponenten der D -Duplets veranschaulichen. Sie beruht auf den strengen Formeln (9) und (11) und gibt die Konfiguration des ganzen Systems für vier (mittlere) Feldstärken



beruht
Konfigu-
rstarkeiten

wieder, die durch die in der Figur eingetragenen *normalen* Aufspaltungen $\overline{n\overline{n}} = 2\mu_n$ charakterisiert sind. Dieselben entsprechen den Werten $\nu r/\pi_2 = 0,5; 1,0; 1,5; 2$. (Mit $2n$, $2n$ sind die *doppelten* normalen Aufspaltungen markiert.) Die Stärken der Komponenten sind durch vertikale Strecken wiedergegeben, die für die *s*-Komponenten nach oben, für die *p*-Komponenten nach unten gezeichnet sind. Eine beigesetzte 1 bzw. 2 deutet die Abstammung der bezüglichen Komponente von D_1 bzw. von D_2 an.

Die Figur gibt ein deutliches Bild der anormalen Veränderung eines *D*-Duplets nach der einfachsten Form der Koppelungstheorie. Bei $\nu r/\pi_2 = 0,5$ ist die Wirkung der Koppelung auf die Lagen noch klein, während die Stärken bereits wesentlich verändert sind. Bei wachsendem Feld drängen sich die inneren *p*-Komponenten nach der mittleren Frequenz ν_0 zusammen, die äußeren verschwinden bei normaler Aufspaltung. Von den *s*-Komponenten bilden die vier inneren zwei starke Paare ungleicher Herkunft, die *normaler* Aufspaltung zustreben; die äußeren gehen *doppelter* normaler Aufspaltung entgegen, bei noch geringerer Intensität, als sie die äußeren *p*-Komponenten haben. Verschiebungen der D_1 - und D_2 -Linie durch sekundäre Wirkungen (vgl. p. 211) würden das Bild in Einzelheiten ändern, vielleicht noch vollständiger mit den Fortratschen wohl etwas schematischen Kurven zur Deckung bringen. —

Das Vertrauen, daß die entwickelte Theorie das Wesentliche der Vorgänge bei den *D*-Duplets richtig wiedergibt, wird mir durch den folgenden Umstand erneut gestützt. Hr. Zeeman hat durch ein einfaches Hilfsmittel kürzlich Absorptionslinien von Dämpfen von einer früher nicht erreichbaren Schärfe hergestellt, derart, daß er z. B. den Dupletcharakter von Li 6708 zu erweisen vermochte. Ich habe mich an ihn mit der Bitte gewandt, daß er diese Linie in einem möglichst starken Feld untersuchen und dabei das Verhalten der Innen- und der Außenkomponenten vergleichen möchte.

Er schreibt mir nun jetzt bezüglich der Resultate folgendes: „Die Beobachtung von Li 6708 ergibt eine einfache Mittelkomponente. Die Außenkomponenten sind etwa von der Breite des ursprünglichen Duplets und scheinen doppelt zu sein.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

s-Komp.

 $\nu r/\pi_2 = 0,5$

Ganz sicher ist das letztere jedoch nicht. Bringt man vor den Spalt ein Nicol, welcher nur die p -Schwingungen durchläßt, dann sieht man bei unerregtem Felde das Li-Duplet. Bei Erregung des Feldes beobachtet man sehr schön das Zusammenrücken des Duplets in eine Komponente. (Es macht den Eindruck, daß die scharfe, intensive p -Komponente umgeben ist von einem sehr schwachen, in nächster Nähe der Linie befindlichen Hintergrund.)“

Diese Wahrnehmungen (die sich auf ein theoretisch recht starkes Feld beziehen) dürfen wohl als eine neue Bestätigung der Theorie gelten.

Göttingen, den 16. Juli 1913.

10. *Über Reflexion von Kanalstrahlen.*
Notiz zu einer Mitteilung des Hrn. E. Wagner;
von J. Stark.

I.

Gelegentlich einer spektralanalytischen Untersuchung¹⁾ über Wasserstoffkanalstrahlen machten W. Steubing und ich eine kurze Mitteilung über die Reflexion von Wasserstoffkanalstrahlen und zeigten insbesondere, daß die Reflexion mit wachsender Geschwindigkeit der H-Strahlen geringer wird. Hr. E. Wagner nimmt in einer kürzlich erschienenen Mitteilung²⁾ auf unsere Untersuchungen Bezug und glaubt behaupten zu können, daß bei diesen nur zum geringsten Teil eine wirkliche Reflexion von H-Strahlen an Glas, zum größten Teil eine optische Reflexion des Kanalstrahlenlichtes an der Rückseite der Kathode vorgelegen habe. Bei unseren Beobachtungen stand nämlich der Spalt des Spektrographen vor dem Ende der Stromröhre, auf welches die Kanalstrahlen auffielen. Es konnte somit außer dem Licht der am Rohrende reflektierten Kanalstrahlen auch noch Licht der im Kanalstrahlenraum von der Rückseite der Kathode weglaufenden Kanalstrahlen nach der Reflexion an dieser Rückseite gelangen. Und Hr. Wagner vermutet nun, daß dieses an der Rückseite reflektierte Licht in unseren Versuchen auf der photographischen Platte sehr viel intensiver gewesen sei als das Licht, welches von den reflektierten, vom Spalt fortlaufenden Kanalstrahlen herrührte. Hr. Wagner glaubt sogar nachgewiesen zu haben, daß dies wirklich der Fall gewesen sei. Er glaubt diesen Beweis in folgender Weise führen zu können. Er nimmt eine Röhre, deren Kathode mit vielen Löchern ver-

1) J. Stark u. W. Steubing, Ann. d. Phys. 28. p. 995. 1909.

2) E. Wagner, Ann. d. Phys. 41. p. 209. 1913.

sehen ist, projiziert mit Hilfe eines Objektivs die Rückseite der Kathode auf den Spektrographenspalt und, als er im Bildfeld der massiven Teile zwischen den Kathodenlöchern in seinem Spektrogramm eine „reflektierte“ bewegte Intensität an den H-Linien beobachtet, da glaubt er mit dieser Beobachtung den Beweis geführt zu haben, daß in unseren Beobachtungen nicht Kanalstrahlenreflexion, sondern optische Reflexion vorlag. Man muß ein wenig erstaunt sein über diese Schlußfolgerung des Hrn. Wagner. Er berücksichtigt dabei nicht den Unterschied in den zwei Versuchsanordnungen; während bei unserer Anordnung das Licht vonseiten der reflektierten Kanalstrahlen mehr als das von ihm vermutete reflektierte Licht das Kollimatorobjektiv füllen konnte, scheint Hr. Wagner nicht geprüft zu haben, ob er nicht bei seiner Anordnung das von der Rückseite seiner Aluminiumkathode kommende Licht weitaus gegenüber dem Lichte der am Röhrenende reflektierten Kanalstrahlen bei der Füllung des Kollimatorobjektivs bevorzugt. Und wie er nun im Spektrogramm jenes intensiver erhält als dieses, genügt ihm dies für die Behauptung, daß in unserer Anordnung ebenfalls weitaus das optisch reflektierte Licht überwogen habe. Ich will nicht weiter auf die hiermit charakterisierte Beweisführung des Hrn. Wagner zu ungunsten unserer Beobachtungen eingehen, sondern mich auf den Hinweis beschränken, daß in unserer Abhandlung zwei Angaben enthalten sind, aus denen er entnehmen hätte können, daß seine Vermutung über eine Fehlerquelle in unseren Beobachtungen nicht den Tatsachen entspricht.

Erstens nämlich, wenn die von uns den reflektierten H-Strahlen zugeschriebene Intensität wirklich nur die an der Kathode reflektierte, von dieser fortlaufende bewegte Intensität der primären Kanalstrahlen gewesen wäre, dann hätte der „reflektierte“ Streifen bei allen Werten des Kathodenfalls in demselben Intensitätsverhältnis zu dem „einfallenden“ Streifen der primären H-Strahlen, sowie in einer diesem ähnlichen Intensitätsverteilung erscheinen müssen. Beides ist nicht der Fall; vielmehr erscheint der „reflektierte“ Streifen im Verhältnis zu dem einfallenden breiter und intensiver für einen kleinen als für einen großen Wert des Kathodenfalls, eine Erscheinung, welche wir dahin deuteten, daß die H-Strahlen mit zunehmen-

der Geschwindigkeit in geringerem Betrage reflektiert werden. Hr. Wagner weist selbst auf dieses Resultat von uns hin und glaubt aus zwei Beobachtungen von ihm den gleichen Schluß ziehen zu können. In der nachstehenden Tabelle sind unsere und Hrn. Wagners Beobachtungen zusammengestellt, v_r bedeutet darin die maximale Geschwindigkeit der reflektierten, v_e diejenige der einfallenden oder primären H-Strahlen.

Kathodenfall in Volt	$v_r^2 : v_e^2$	
	Stark u. Steubing	Wagner
390	1,14	
425	1,07	
555	0,62	
600	0,64	
1200	0,52	0,45
2350		0,37
3000	0,45	
4000	0,38	
4000	0,33	
7000	0,32	

Zweitens haben wir in unserer Abhandlung mitgeteilt, daß wir an den Linien der Quecksilberkanalstrahlen bei der gleichen Versuchsanordnung keine reflektierte Intensität beobachtet haben. Würden unsere Resultate an Wasserstoffkanalstrahlen durch eine optische Reflexion merklich gefälscht worden sein, so hätte sich diese optische Reflexion auch im Falle der Hg-Strahlen in gleichem Maße zeigen müssen, wie im folgenden vielleicht allzu ausführlich dargelegt ist.

II.

Ich habe in der letzten Zeit, zusammen mit meinen Mitarbeitern, den Hrn. Wendt, Kirschbaum und Künzer zahlreiche Beobachtungen an den Kanalstrahlen verschiedener Elemente gemacht. In allen Fällen stand der Spalt des Spektrographen unmittelbar vor dem Röhrenende, auf das die Kanalstrahlen fielen. Wir benutzten also dieselbe Anordnung, für welche Steubing und ich die obigen Resultate über die

Reflexion der H-Strahlen erhielten. Dabei war in keinem Falle die Rückseite der Aluminiumkathode mit einem so dunklen Überzug wie in den oben besprochenen früheren Beobachtungen von mir und Steubing bedeckt; in dieser Hinsicht waren also die Bedingungen für das Auftreten des an der Kathode reflektierten Lichtes in den Spektrogrammen günstiger als früher. Wenn die von Hrn. Wagner in unsere früheren Beobachtungen hineinvermutete Reflexion des Lichtes an der Kathode spektrographisch merklich war, so mußte, dies liegt auf der Hand, für die Kanalstrahlen aller untersuchten Elemente der „reflektierte“ bewegte Streifen an allen Linien auftreten, welche in den Spektrogrammen einen intensiven „einfallenden“ bewegten Streifen aufweisen, und zwar mußte seine Intensität und seine Breite bei allen Elementen und für alle Werte des Kathodenfalls in einem konstanten Verhältnis zu Intensität und Breite des einfallenden Streifens stehen. Der Unterschied zwischen dieser Folgerung und der Wirklichkeit kann nun nicht größer sein, als sich nach unseren Spektrogrammen ergibt. Diese weisen nämlich für mehrere Elemente weitaus in den meisten Fällen selbst bei sehr intensiver Schwärzung der einfallenden bewegten Streifen nicht eine Spur von einem reflektierten Streifen auf, während H_{β} wieder wie früher einen intensiven reflektierten Streifen besitzt. Hieraus geht unwiderleglich hervor, daß in denjenigen wenigen Fällen, in denen ein reflektierter bewegter Streifen auftrat, dieser von den am Röhrenende reflektierten Kanalstrahlen herrührte.

Bei dieser Gelegenheit sei es mir nun gestattet, nachstehende Beobachtungen über die Reflexion von Kanalstrahlen mitzuteilen. Sie waren nicht Aufgabe einer für sie eingerichteten Untersuchung; die Spektrogramme, von denen sie abgenommen sind, wurden vielmehr für den Zweck gewonnen, Aufschluß über die Träger verschiedener Linienarten eines Elements zu schaffen. Sie besitzen darum nicht die Vollständigkeit, welche ich ihnen gegeben hätte, wenn sie Selbstzweck meiner Untersuchungen gewesen wären; vor allem wären sie nach der Seite kleinerer Werte des Kathodenfalls zu ergänzen. Indes, da ich nicht so bald Zeit für diese ziemlich schwierige Arbeit finden werde und da wohl auch sonst niemand über ein immerhin so umfangreiches Beobachtungsmaterial auf diesem Gebiete

wie ich verfügt, so mag es entschuldigt sein, wenn ich nachstehende Beobachtungen hier anfüge.

Für einen Kathodenfall von 7000 Volt und darüber wurden von mir und meinen Mitarbeitern die Kanalstrahlen folgender Elemente untersucht: H, He, C, O, Al, S, Cl, Ar, J, Hg; H, He, O, S außerdem für einen Kathodenfall von 3500 Volt. Ausgenommen in nachstehenden Fällen (H, He und vielleicht Hg) traten unter unseren Versuchsbedingungen bei den Linien der obigen Elemente keine reflektierten bewegten Streifen in merkbarer Intensität auf; C-, O-, Al-, S-, Cl-, Ar-, J-Strahlen werden demgemäß oberhalb eines Kathodenfalls von 3000 Volt nicht in merkbarem Betrag beim Auftreffen auf Glas reflektiert, Hg-Strahlen, wenn überhaupt, so nur in äußerst geringer Menge im Verhältnis zur Zahl der einfallenden Strahlen.

Die H-Strahlen zeigen in den neuen Beobachtungen übereinstimmend mit den früheren eine beträchtliche Reflexion, doch ist wie früher die maximale Geschwindigkeit der reflektierten Strahlen sehr viel kleiner als diejenige der einfallenden Strahlen.

Für die He-Strahlen tritt in meinen Spektrogrammen [219], [248], [294] mit Sicherheit nur bei der intensiven Linie λ 4472 Å. eine reflektierte bewegte Intensität auf. Wie bei Wasserstoff ist die maximale Geschwindigkeit der He-Strahlen viel kleiner als diejenige der einfallenden Strahlen. Auch scheinen die He-Strahlen in geringerem Betrage reflektiert zu werden als die H-Strahlen.

Die beiden Hg-Spektrogramme [265] und [279] wurden für einen Kathodenfall größer als 10000 Volt erhalten. Dieses ist noch lichtstärker als jenes, in beiden ist der bewegte Streifen der einfallenden Hg-Strahlen bei λ 4359 und 4047 Å. sehr intensiv. Auf [265] zeigt sich nun dicht an der ruhenden Linie λ 4359 Å. auf der langwelligen Seite ein schwacher Streifen, der als bewegte Intensität reflektierter Hg-Strahlen aufgefaßt werden kann. Ich würde diesen Einzelfall gleichwohl nicht erwähnen, wenn nicht auch auf [279] λ 4047 Å. in demselben Abstand $\Delta\lambda/\lambda$ von der ruhenden Linie ein derartiger sehr schwacher „reflektierter“ Streifen auftreten würde. Vorausgesetzt, daß dieser Streifen die bewegte Intensität reflektierter Hg-Strahlen darstellt, ist erstens die Zahl der reflektierten

Hg-Strahlen außerordentlich viel kleiner als die Zahl der einfallenden Strahlen, zweitens ihre maximale Geschwindigkeit sehr viel kleiner als diejenige der einfallenden Strahlen.

Es ist nicht ohne Interesse, die atomdynamischen Folgerungen aus vorstehenden Beobachtungen zu ziehen. Daraus, daß die Atomstrahlen von größerem Atomgewicht als 12 bei Geschwindigkeiten, welche sie aus einem Kathodenfall von 3500 Volt gewinnen, keine merkbare Reflexion an Glas erfahren, folgt zunächst, daß der Stoß dieser Atome auf die feste Glaswand bei so großen Geschwindigkeiten praktisch unelastisch ist und daß in der Entwicklung von Gegenkräften auf den einzelnen einfallenden Atomstrahl nicht mehr benachbarte, durch den festen Zustand miteinander verkettete chemische Moleküle, auch nicht mehr die Atome eines chemischen Moleküls dank ihrer wechselseitigen Bindung zusammenwirken. Fällt vielmehr ein Atomstrahl von großer Geschwindigkeit auf die feste Wand, so sind nach dem Wechsel des Zufalls drei ausgezeichnete Fälle möglich.

Erstens kann der Atomstrahl ein zwischenmolekulares Feld treffen, er wird es dann leicht, wie ich an anderer Stelle¹⁾ dargelegt habe, durchfliegen und somit die oberste Moleküllschicht der festen Wand durchdringen. Zweitens kann der Atomstrahl auf ein innermolekulares Kraftfeld zwischen den Atomen eines Moleküls stoßen; wenn sich ihm hier auch größere Kräfte entgegenstellen als im zwischenmolekularen Feld, so wird er es bei großer Geschwindigkeit doch ebenfalls durchfliegen und damit in die oberste Schicht der festen Wand eindringen. Drittens mag er mehr oder minder zentral in das innere Kraftfeld eines Atoms bis zu einer gewissen Tiefe eindringen; er wird es dann gleichzeitig vor sich her oder zur Seite stoßen und beim wechselseitigen Durchlaufen der Oberflächenschichten selber eine seitliche Bewegungsgröße erhalten. Ist seine Masse viel kleiner (H, He) als das gestoßene Atom oder ist seine Geschwindigkeit klein (langsame Hg-Strahlen) so wird er in seltenen Fällen bei angenähert zentralem Stoß auch eine Umkehrung der Richtung seiner eigenen Bewegungsgröße, also eine Reflexion erfahren können. Hiermit ist bereits

1) J. Stark u. G. Wendt, Ann. d. Phys. 38. p. 921. 1912.

gefolgert, daß auch der Stoß der H-Kanalstrahlen auf eine feste Wand und ihre Reflexion nicht Kräfte vonseiten eines Molekülaggregats wachruft, sondern ein rein elementarer Vorgang zwischen zwei Atomen ist. Die wechselseitige unelastische Durchdringung eines Kanalstrahlenteilchens und eines gestoßenen Atoms einer festen Wand ist derselbe Vorgang wie die wechselseitige Durchdringung eines Atomstrahls und eines ruhenden Atoms im Gasraum, über welche ich an anderer Stelle¹⁾ Beobachtungen mitgeteilt habe.

Aachen, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, 7. Juni 1913.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 42. p. 163. 1913.

(Eingegangen 10. Juni 1913.)

11. Zur Diskussion der Seriensysteme des Quecksilbers.

*Notiz zu den Erläuterungen des Hrn. Paschen¹⁾;
von J. Stark.*

1. Die typische Bedeutung des Quecksilberspektrums rechtfertigt es wohl, wenn ich mich noch einmal mit Hrn. Paschens „Kombinationen“ im Hg-Spektrum beschäftige, zu denen er neuerdings „kleine Erläuterungen“²⁾ gegeben hat.

Die von Rydberg aufgefundene Beziehung zwischen der Hauptserie und der zweiten Nebenserie ist schon in manche Lehrbücher für Studierende übergegangen; sie konnte ich daher bei den Lesern der Annalen der Physik als bekannt voraussetzen. Die Berufung auf sie rettet nicht die Paschensche Kombination der Linien λ 2536,72 und 4078,05 Å. Daß diese zwei Linien nicht zu einer und derselben Serie gehören, geht unwiderleglich aus den oben mitgeteilten Resultaten über ihr Verhalten in den Kanalstrahlen hervor.

Während nämlich die Serien eines und desselben Systems (z. B. Hauptserie, erste und zweite Nebenserie von Duplets) in den Kanalstrahlen in der Hauptsache dasselbe Verhalten zeigen, während selbst die Linien zwei- und dreiwertiger Atomionen ähnliche Kanalstrahlenbilder liefern können, klafft ein unüberbrückbarer Unterschied zwischen den Hg-Linien λ 2536,72 und 4078,05 Å. Diese Linie hat nämlich als Träger das positiv dreiwertige Hg-Atomion, jene wahrscheinlich das neutrale Hg-Atom.

1) Hr. Paschen vermeidet es, auf die drei sachlichen Punkte meiner Mitteilung über die Breite des Intensitätsminimums im Doppler-Effekt bei Kanalstrahlen (Ann. d. Phys. 38. p. 459. 1912) einzugehen. Indem er sich auf eine Wendung nicht sachlicher Natur in seiner Antwort (Ann. d. Phys. 40. p. 606. 1913) beschränkt, gibt er wohl selbst die Haltlosigkeit seiner Angriffe zu.

2) F. Paschen, Ann. d. Phys. 40. p. 602. 1913.

Selbst wenn λ 2536,72 und 4078,05 Å. dieselbe magnetische Zerlegung ergeben würden, was auf Grund der Angaben¹⁾ des Hrn. Paschen durchaus noch nicht sicher ist, wäre damit noch nicht erwiesen, daß diese Linien zu derselben Serie gehören, da der Beweis fehlt, daß Linien gleicher magnetischer Zerlegung unter allen Umständen Glieder derselben Serie sind.

2. Wie ich bereits früher angab, gehören λ 2536,7 und 1849 Å. sehr wahrscheinlich zu derselben Serie, und zwar zu einer Serie einfacher Linien. Nach unseren neuen Beobachtungen erscheinen nämlich diese Linien bei sehr kleinem Hg-Druck und kleiner Stromstärke als die weitaus stärksten Linien im ganzen Hg-Spektrum. Ferner erschienen beide als Absorptionslinien in Hg-Dampf von sehr kleinem Druck.

Hr. Paschen kombiniert die eine der zwei zusammengehörigen Linien (λ 2536,7 Å.) in eine Serie mit λ 4078 und 2857 Å., die andere (λ 1849 Å.) mit den Linien λ 4916 und 4108 Å.

Nach unseren oben mitgeteilten Untersuchungen sind die Linien λ 4916—4347—4339—4108—4078 dreiwertige Linien, gehören also zu einem und demselben System von Serien; innerhalb dieses Systems können sie allerdings wieder zu verschiedenen Serien gehören. Dieses Resultat steht in Übereinstimmung mit Resultaten von R. Küch und T. Retschinsky²⁾ über die Intensitätsänderung von Hg-Linien bei wachsender Leistung im Hg-Lichtbogen. Wie nämlich diese Autoren fanden, folgt die Intensitätsänderung der Linien λ 4347 und 4078 Å. einer und derselben Funktion, wie diejenige der Tripletlinien λ 5461—4359—4047 ihre besondere Funktion hat; wieder eine andere Funktion hat diejenige von λ 4916 Å., wenn sie auch derjenigen von λ 4078 Å. näher steht als derjenigen von λ 4359 Å.

Die Übereinstimmung der Funktionen für die Intensitäts-

1) Die vier bis jetzt aus dem Institut des Hrn. Paschen hervorgegangenen Angaben über den Zeeman-Effekt von λ 2536,7 Å. stimmen untereinander wenig überein. Nachdem Hr. Paschen die Angaben über λ 4078,6 Å. der unter seiner Leitung entstandenen Dissertation Wendt erst gebilligt hat, will er sie nunmehr, wo ich sie ihm entgegengehalten habe, nicht mehr als richtig oder aufgeklärt anerkennen.

2) R. Küch u. T. Retschinsky, *Ann. d. Phys.* 20. p. 563. 1906.

änderung ist offenbar eine Folge der Zugehörigkeit zu einer und derselben Serie. So gehen nach Küch und Retschinsky λ 4916 und 4108 Å. miteinander. Hr. Paschen dagegen reihet die zwei Linien in verschiedene Serien ein. Nach Küch und Retschinsky gehören λ 6908—6234—5790—4960—4348—4078 Å. gemäß derselben Intensitätsfunktion zusammen. Hr. Paschen nimmt diese Linien auseinander und weist jede der Linien λ 6234—4347—4078 Å. verschiedenen Serien zu.

3. Hr. Paschen scheint in dem Umstande eine Beweiskraft für seine Kombinationen erblicken zu wollen, daß die von ihm nach einer Serienformel berechneten Wellenlängen gut mit wirklich beobachteten übereinstimmen. Indes will bei dem Linienreichtum, welchen das Hg-Spektrum unter gewissen Bedingungen aufweist, jene Übereinstimmung wenig besagen. Wenn endlich Hr. Paschen in dem Umstande, daß Mc Lennan¹⁾ an einer von ihm konstruierten Hg-Lampe die von Hrn. Paschen zu Kombinationen verwendeten Hg-Linien beobachtete, eine „Bestätigung der neuen Quecksilberserien“ erblickt, so ist dies schwer zu verstehen. Die Linien λ 2536 und 4078 Å., um die es sich hier in erster Linie handelte, und ein großer Teil der übrigen Hg-Linien sind schon immer gleichzeitig an derselben Lichtquelle beobachtet worden, ohne daß hierin jemand eine „Bestätigung“ irgend welcher Hg-Serien erblickt hätte.

Aachen, Physik. Instit. d. Techn. Hochschule, 20. Mai 1918.

1) J. C. Mc Lennan, Proc. Roy. Soc. 87. p. 256. 1912.

(Eingegangen 6. Juni 1918.)

silbern.

einer
insky
reicht
h und
-4348
. Hr.
le der

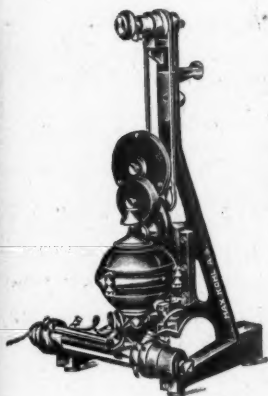
eweis-
ß die
ängen
ill bei
wissen
sagen.
nan)
chen
eine
t dies
m die
il der
selben
l eins

1913.

Max Kohl A.G. Chemnitz

≡≡≡ Volleingezahltes Kapital M. 1600 000 ≡≡≡

**Physikalische Apparate
Funken-Induktoren
Projektions-Apparate**
in gediegener Ausführung.



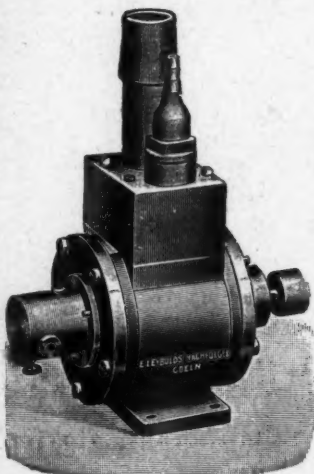
**Zentrifugalmaschine
mit Gleichstrom-Elektro-
motor-Antrieb für 110 Volt
Spannung**

Nr. 8951 Mk. 140.—.

Weltausstellung Brüssel 1910:
4 Grosse Preise
Turin 1911: 2 Grosse Preise
Dresden 1911: Grosser Preis

E. Leybold's Nachfolger

Cöln a. Rh.



Neu!

Molekular- Luftpumpe

nach
Dr. Gaede.

D. R. P. No. 239 213
und Auslandspatente.

Die neue Pumpe erzielt ohne Quecksilber oder sonstige Sperrflüssigkeit und ohne Trockenmittel die höchsten bisher erreichten Verdünnungen; sie pumpt dabei fünfmal schneller als die rotierende Quecksilberpumpe nach Gaede mit Porzellantrommel D. R. P. No. 202 451.

===== Nähere Mitteilungen auf Verlangen. =====

Warnung! Wir machen darauf aufmerksam, daß wir allein zur Fabrikation und zum Vertrieb der nach den Gaedepatenten hergestellten Pumpen berechtigt sind und daß die Pumpen nur direkt von uns bezogen werden können.

Alleinige Inseratenannahme durch: Max Gelsdorf, Eberswalde.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

